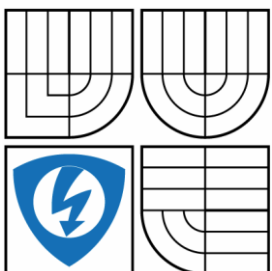


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ**

**ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

## **ZPRACOVÁNÍ LOKALIZAČNÍCH DAT A JEJICH PŘESNOSTI**

PROCESSING OF LOCALIZATION DATA AND ITS ACCURACY

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Marek Návara**

**VEDOUcí PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. Tomáš Jílek**

BRNO 2014



**VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií**

**Ústav automatizace a měřicí techniky**

# **Bakalářská práce**

bakalářský studijní obor  
**Automatizační a měřicí technika**

**Student:** Marek Návara

**ID:** 146913

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2013/2014

## **NÁZEV TÉMATU:**

### **Zpracování lokalizačních dat a jejich přesnosti**

#### **POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

Navrhněte a realizujte zpracování lokalizačních dat z různých typů měřicích zařízení (satelitní navigace, inerciální jednotka, odometr, atd.) za účelem jejich unifikace do jednotného souřadnicového systému a transformace měřicích míst do jednoho předem zvoleného měřicího místa. Implementaci předzpracování provedte v .NET/C#. Vyhodnocení výsledků experimentů je možné realizovat v .NET/C# nebo v MATLABu.

1. Navrhněte a implementujte předzpracování dat.
2. Navrhněte a implementujte vyjádření a transformaci chyb lokalizačních dat.
3. Verifikujte správnost implementace předzpracování dat na simulovaných datech.
4. Navrhněte experimenty pro ověření správnosti navrženého řešení na reálných datech.
5. Provedte navržené experimenty s pomocí mobilního robotu envMap dostupného na UAMT.
6. Data získaná z experimentů zpracujte a vyhodnoťte navrženou metodikou.
7. Sepište bakalářskou práci (včetně popisu zvolené implementace).

#### **DOPORUČENÁ LITERATURA:**

HOFMANN-WELLENHOF, B., LEGAT, K. a WIESER, M. Navigation: Principles of positioning and guidance. Wien: Springer, c2003, 427 s. ISBN 32-110-0828-4.

**Termín zadání:** 10.2.2014

**Termín odevzdání:** 26.5.2014

**Vedoucí práce:** Ing. Tomáš Jílek

**Konzultanti bakalářské práce:**

**doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.**

*Předseda oborové rady*

**UPOZORNĚNÍ:**

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## Abstrakt

Práce se zaměřuje na korekci lokalizačních dat vzhledem k umístění snímačů na robotu. Dále řeší přepočítání mezi souřadnicovými systémy WGS-84, ETRS-89 a lokálními souřadnicemi. Pro lokalizační data jsou navrženy vhodné chybové charakteristiky a jejich transformace. Tyto body byly implementovány do knihovny v jazyce C# jako jednotlivé třídy pro snímače polohy a snímače orientace. Třídy byly vytvořeny nejprve pro jednoosé senzory, z nichž jsou následně odvozeny třídy víceosých senzorů. Implementace byla ověřena na experimentu s robotem envMap. Výsledky experimentu ukazují, že korekce je implementována správně a je možné ji dále využít. Chybové charakteristiky uvedené v práci charakterizují nejistotu měření lokalizačních dat a je možné je využít v dalším zpracování.

## Klíčová slova

sebelokalizace, korekce lokalizačních dat, souřadnicové systémy, chybové charakteristiky

## Abstract

This work is focused on correction of localization data, relative to the location of the sensor on robot. Also solves the conversion between coordinate systems WGS-84, ETRS-89 and local coordinate system. For localization data are designed error characteristics and their transformation. These points have been implemented in C# as individual classes for position sensors and sensors orientation. Classes were firstly developed for single-axis sensors and they are base for multi-axis sensors.

The implementation has been verified in the experiment with the robot envMap. Experiment results show that the correction is implemented properly and can be further used. Error characteristics listed in the work characterize the measurement uncertainty of location data and can be used in further processing.

## Keywords

self-localization, correction of localization data, coordinate systems, error characteristic

### **Bibliografická citace:**

NÁVARA, M. *Zpracování lokalizačních dat a jejich přesnosti*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2014. 50s.  
Vedoucí bakalářské práce byl Ing. Tomáš Jílek.

## **Prohlášení**

„Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Zpracování lokalizačních dat a jejich přesnosti jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: 26. května 2014

.....

podpis autora

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Tomáši Jílkovi za účinnou metodickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce. Obzvlášť za pomoc při experimentech s robotem.

V Brně dne: 26. května 2014

.....  
podpis autora

# Obsah

1	Úvod.....	9
2	Korekce lokalizačních dat .....	10
2.1	Senzory polohy.....	10
2.2	Senzory orientace .....	12
3	Souřadnicové systémy .....	13
3.1	WGS-84 .....	13
3.2	ETRS-89 .....	14
3.3	Lokální souřadnice .....	14
3.4	Převod mezi souřadnicovými systémy .....	15
3.4.1	Globální→lokální .....	15
3.4.2	Lokální→globální.....	15
3.4.3	WGS-84↔ETRS-89.....	16
4	Chyby lokalizačních dat .....	18
4.1	1D chyby .....	18
4.2	2D chyby .....	19
4.3	3D chyby .....	21
4.4	Transformace chybových charakteristik .....	21
4.4.1	Transformace pro senzory lokálních souřadnic .....	22
4.4.2	Transformace pro senzory geodetických souřadnic .....	23
5	Návrh řešení a implementace.....	24
5.1	Celkový popis implementace.....	24
5.1.1	Převod mezi souřadnicemi.....	24
5.1.2	Referenční bod-počátek kartézského lokálního systému souřadnic .....	24
5.1.3	Pracovní bod měření.....	25
5.2	Jednoosé snímače .....	25
5.2.1	Senzory polohy.....	25
5.2.2	Senzory orientace .....	28
5.3	Víceosé snímače polohy .....	29
5.4	Víceosé snímače rotace .....	29
5.5	Reálné snímače.....	30
5.6	Chybové charakteristiky .....	31
5.7	Transformace chybových charakteristik .....	32
6	Experimenty s robotem.....	34



6.1	Robot a měřicí zařízení.....	34
6.2	Návrh experimentů.....	34
6.3	Experiment .....	34
6.4	Měření statických bodů .....	35
6.4.1	Zapojení č.1 .....	35
6.4.2	Zapojení č.2.....	40
6.4.3	Měření trajektorie .....	45
7	Závěr .....	46

# 1 ÚVOD

Přesná sebelokalizace je v dnešní době jeden z hlavních úkolů robotiky. S rostoucí přesností měřících přístrojů je také potřeba zpřesnit zpracování lokalizačních dat. Pokud počítáme s použitím například globální satelitní RTK navigace s chybou v řádu jednotek centimetrů, způsobí její uložení nepřiměřeně velikou chybu do měření. Proto je vhodné data změřená přístroji přepočítávat do referenčního bodu. Tento bod je možné zvolit kdekoliv na robotu dle okolností.

V této práci je uvažováno s korekcí dat pro mobilní terestriální (pozemní) robot se šesti stupni volnosti (6DOF). To znamená, že robot se může pohybovat translačně (posuv) ve všech osách a také rotovat kolem všech tří os. Tento pohyb je dán nerovností venkovního terénu, po kterém se robot pohybuje (např. sklon kopce).

Lokalizační přístroje na robotu mohou pracovat v různých referenčních souřadnicových systémech. Data z více přijímačů na robotu je pro další zpracování potřeba transformovat do jednoho systému souřadnic. Další část práce se tedy věnuje přepočtu mezi běžnými souřadnicovými systémy používanými v robotice. Konkrétně jde o dva referenční rámce globální navigace. WGS-84, který používá velmi rozšířená GPS navigace a ETRS-89; systém používaný pro evropský kontinent. Třetí hojně používané souřadnice jsou v lokálním kartézském systému souřadnic.

Pro měřená data mají také důležitý význam chybové charakteristiky, určující v jakém rozsahu leží jisté procento změřených dat. Pro lokalizaci se používají charakteristiky převážně pro 2D prostor. Například CEP, R95 či parametry elipsy chyb. Čtvrtá kapitola popisuje tyto a další chybové charakteristiky pro lokalizační data.

Implementace výše uvedených bodů je uvažována v jazyce .NET/C#. Vytvořená knihovna má obsahovat třídy pro senzory, které budou umožňovat všechny potřebné přepočty.

Tato implementace je v závěru práce otestována na experimentu s reálnými daty z robotu envMap, který je určen pro experimenty týkající se přesné sebelokalizace.

## 2 KOREKCE LOKALIZAČNÍCH DAT

V následující kapitole je popsána analýza elementárních operací pro korekci lokalizačních dat na mobilním robotu.

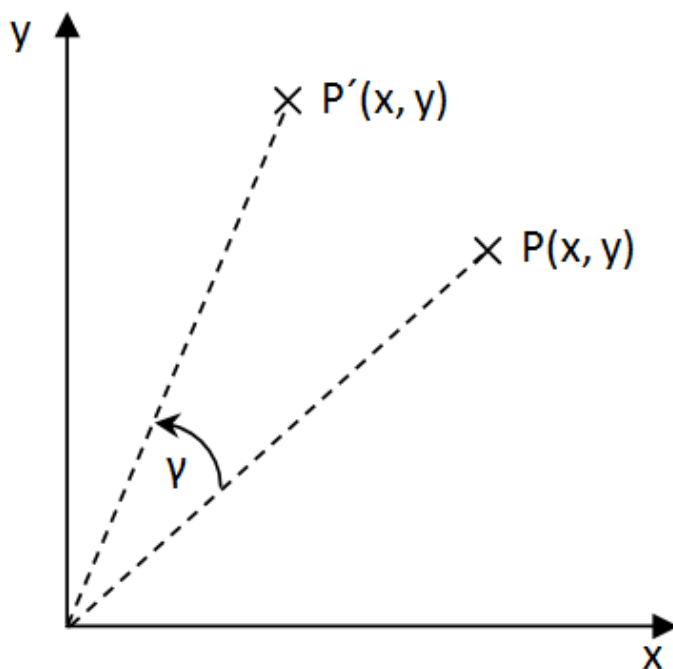
### 2.1 Senzory polohy

Na robotu jsou uvažovány senzory polohy s maximální chybou v jednotkách centimetrů. Proto rozmístění snímačů na robotu zanáší nepřiměřeně velikou chybu do měření polohy. Tuto chybu je možné kompenzovat přepočtem změřených hodnot do jednoho zvoleného bodu. Tento referenční bod je možné zvolit kdekoliv na robotu. Při korekci stačí přičíst ke změřené hodnotě velikost posuvu dle vztahu

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}. \quad (2-1)$$

Kde  $x_M$ ,  $y_M$  a  $z_M$  jsou změřené hodnoty a  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  a  $\Delta z$  jsou vzdálenosti snímače od referenčního bodu v jednotlivých osách.

Posunutí senzoru se však musí přepočítat do souřadnicového systému dle aktuální orientace robota a poté až přičíst ke změřené veličině. Výpočet rotace pro 2D systém dle obrázku (Obr. 2.1) je dán rovnicí (2-2).



Obr. 2.1: Rotace bodu pro 2D prostor

Rotace kolem osy z

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (2-2)$$

kolem osy y

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

a kolem osy x

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (2-4)$$

Ve 3D prostoru je nutné počítat s rotací ve všech třech osách. Složením rovnic 2-2, 2-3 a 2-4 získáme rovnici

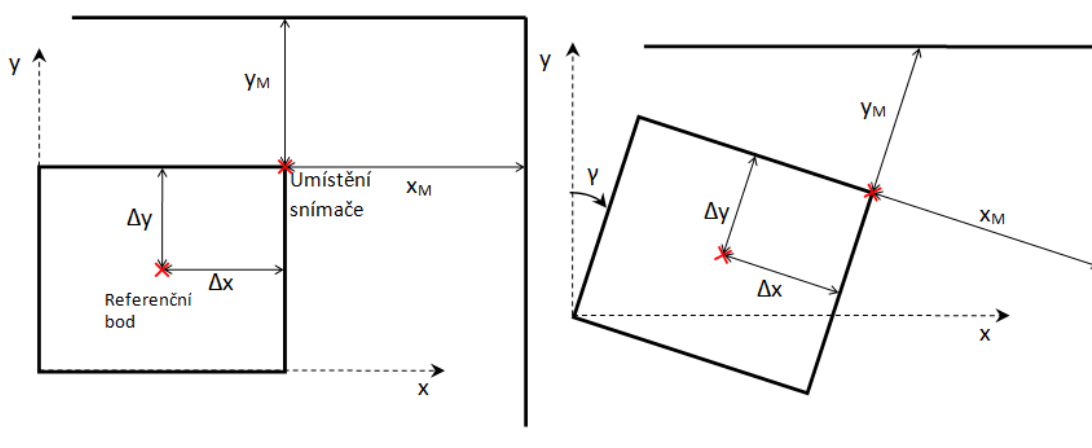
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2-5)$$

s maticí rotace R, která je rovna

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\beta)\cos(\gamma) & -\cos(\beta)\sin(\gamma) & -\sin(\beta) \\ \cos(\alpha)\sin(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) & \cos(\alpha)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) & -\sin(\alpha)\cos(\beta) \\ \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma) & \sin(\alpha)\cos(\gamma) - \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\alpha)\cos(\beta) \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

Pro senzory měřící lokální pozici dle obrázku 2 (např. IR senzory vzdálenosti) je třeba přepočítat i změřenou hodnotu dle vztahu (2-5). Spojením těchto rovnic získáme vztah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x_M + \Delta x \\ y_M + \Delta y \\ z_M + \Delta z \end{pmatrix}. \quad (2-7)$$



Obr. 2.2: Rotace měřené veličiny společně s posuvem snímače vůči referenčnímu bodu

## 2.2 Senzory orientace

U senzoru orientace není důležité posunutí vůči referenčnímu bodu. Záleží pouze na orientaci os snímače vůči osám rotace robota. Při nepřesném uložení snímače může pootočení robota v jedné ose zapříčinit detekci rotace ve více osách. Při známosti úhlů uložení můžeme tuto chybu korigovat dle vztahu

$$\begin{pmatrix} \alpha_{akt}' \\ \beta_{akt}' \\ \gamma_{akt}' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \alpha_{akt} \\ \beta_{akt} \\ \gamma_{akt} \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

s maticí rotace

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\beta)\cos(\gamma) & -\cos(\beta)\sin(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \cos(\alpha)\sin(\gamma) - \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) & \cos(\alpha)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) & -\sin(\alpha)\cos(\beta) \\ \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma) & \sin(\alpha)\cos(\gamma) - \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\alpha)\cos(\beta) \end{pmatrix}. \quad (2-9)$$

### 3 SOUŘADNICOVÉ SYSTÉMY

Lokalizační měřicí systémy na robotu mohou měřit pozici v různých systémech souřadnic. Na robotu uvažujeme měření v lokálním systému souřadnic a v globálních souřadnicových systémech, konkrétně ve WGS-84 a v ETRS-89. Tyto referenční systémy jsou popsány v následujících podkapitolách i s definováním přepočtu mezi jednotlivými systémy souřadnic.

#### 3.1 WGS-84

Souřadnicový systém WGS-84 (World Geodetic System 1984) je světově uznávaný geodetický systém, ve kterém pracuje globální systém určování polohy GPS. Standard vydalo ministerstvo obrany USA v roce 1984 a definuje pravotočivou kartézskou soustavu souřadnic a referenční elipsoid též nazývaný WGS-84, jehož parametry jsou uvedeny v tabulce 3.1. WGS-84 je geocentrický, což znamená, že je pevně spjat se Zemí a jeho počátek se nalézá v těžišti Země-ECEF (Earth-Centered, Earth-fixed).

Osa X směřuje k průsečíku referenčního poledníku (tzv. IERS Reference Meridian), který je posunutý o 102,5m od nultého (Greenwichského) poledníku, a rovníku. Osa Z odpovídá ose rotace Země a osa Y doplňuje souřadnicovou soustavu na pravotočivou, tj. leží v rovině rovníku posunutá 90° východně od osy X. Celkový popis WGS-84 uvádí [4.].

Tabulka 3.1: Parametry elipsoidu používaného v referenčním systému WGS-84 dle [4.]

Elipsoid	a-velká poloosa [m]	b-vedlejší poloosa [m]	$f^{-1}-1/\text{zploštění}$ [-]
WGS-84	6378137,0	6356752,31425	298,257223563

Polohu bodu ve WGS-84 lze vyjádřit pomocí pravoúhlých prostorových souřadnic X, Y a Z nebo pomocí zeměpisných souřadnic:  $\varphi$ -zeměpisná šířka,  $\lambda$ -zeměpisná délka a h výška (**Obr. 3.1**).

Určení směru hodnot

znaménkem

kladné:  $\varphi$  severní šířka,  $\lambda$  východní délka

záporné:  $\varphi$  jižní šířka,  $\lambda$  západní délka

symbolem:

$\varphi$  šířka: N-sever (north), S-jih (south)

$\lambda$  délka: E-východ (east), W-západ (west)

## 3.2 ETRS-89

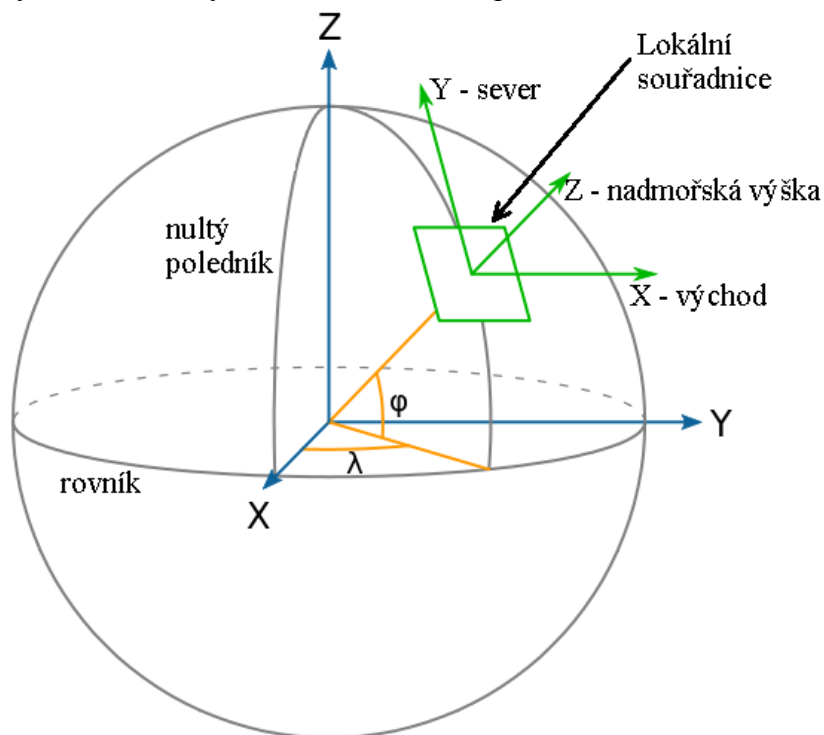
ETRS-89 (European Terrestrial Reference System 1989) je odvozen od systému ITRS (International Terrestrial Reference System). ITRS je, stejně jako WGS-84, souřadnicový systém ECEF, tj. je pevně spojen se Zemí a počátek má v jejím těžišti. ETRS-89 je však ukotven k euroasijské desce pomocí referenčních stanic s fixními souřadnicemi. ETRS používá elipsoid GRS-80 (Global Reference System 1980), který je pro přepočet zaměnitelný s WGS-84.[5.]

Srovnání parametrů těchto elipsoidů je v tabulce 2.2. Protože se kontinentální desky posouvají, postupně se rozchází systém ETRS-89 od ITRS (a WGS-84). Číslo v názvu značí rok převzetí souřadnic z ITRS. V tomto roce byly systémy shodné. Nyní se tato chyba může pohybovat kolem 0,5 m.

## 3.3 Lokální souřadnice

Pro senzory, které měří relativní vzdálenost a pro korekci pozice snímače je nutné také definovat lokální kartézský souřadnicový systém. Pro zjednodušení určíme tečnou plochu k Zemi, která bude plochou XY tohoto systému (viz **Obr. 3.1**). Zanedbáním zemského zakřivení zaneseme do následných přepočtů chybu. Avšak tato chyba je zanedbatelná. Například v našich zeměpisných šířkách vychází na vzdálenost 1000 m chyba 4 $\mu$ m.

Osa X je zvolena směrem na východ a osa Y směrem na sever. Poslední, osa Z, je kolmá na tuto plochu a určuje tedy výšku od počátku souřadnicových os. Střed tohoto systému může být zvolen kdekoliv na povrchu Země.



Obr. 3.1: Zvolené lokální souřadnice. Převzato z [6.] a následně upraveno.

### 3.4 Převod mezi souřadnicovými systémy

Pro následné zpracování lokalizačních dat je potřeba umět přepočítávat souřadnice mezi jednotlivými referenčními systémy souřadnic. Taktéž pro korekci změřených globálních souřadnic je potřeba převádět souřadnice mezi lokálními a globálními souřadnicemi.

#### 3.4.1 Globální→lokální

Z výše definovaných lokálních souřadnic (kapitola 3.3) můžeme určit přepočtové vztahy

$$x = R \cdot \sin \Delta\lambda \cos \varphi, \quad (3-1)$$

$$y = R \cdot \sin \Delta\varphi \quad (3-2)$$

a

$$z = \Delta h. \quad (3-3)$$

Kde  $R$  je označena aktuální vzdálenost od počátku souřadnic.

Za předpokladu, že počátek soustavy lokálních souřadnic označíme bodem  $R(\varphi_R, \lambda_R, h_R)$  a aktuální pozici bodem  $A(\varphi_A, \lambda_A, h_A)$ , můžeme napsat tyto rovnice

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_R, \quad (3-4)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_R \quad (3-5)$$

a

$$\Delta h = h_A - h_R. \quad (3-6)$$

Výpočet platí pro přepočet z WGS-84 i ze systému ETRS-89.

#### 3.4.2 Lokální→globální

Nyní ukážeme přepočet z lokálních souřadnic do souřadnic ve formátu WGS-84. Při známosti bodu definovaném v lokálních souřadnicích  $B(x, y, z)$  vycházejí převodní rovnice následovně

$$\Delta\varphi = \arcsin \frac{\Delta y}{R}, \quad (3-7)$$

$$\Delta\lambda = \arcsin \frac{\Delta x}{\cos(\varphi) R} \quad (3-8)$$

a

$$\Delta h = z. \quad (3-9)$$

Přičemž výsledné hodnoty bodu ve WGS-84 jsou dány součtem souřadnic referenčního bodu  $R(\varphi_R, \lambda_R, h_R)$  a vypočítaných změn souřadnic dle rovnic (3-7), (3-8) a (3-9)



$$\varphi = \varphi_R + \arcsin \frac{\Delta y}{R}, \quad (3-10)$$

$$\lambda = \lambda_R + \arcsin \frac{\Delta x}{\cos(\varphi) R} \quad (3-11)$$

a

$$h = h_R + z. \quad (3-12)$$

I zde je výpočet převodu do WGS-84 shodný s převodem do ETRS-89.

### 3.4.3 WGS-84↔ETRS-89

Při požadované přesnosti v jednotkách metrů je možné tuto transformaci zanedbat a systémy zaměnit. Avšak pro náš projekt vyžadujeme přesnost minimálně o dva řády lepší. Proto je nutné hodnoty z ETRS-89 do WGS-84 a naopak přepočítávat. Příčina vzájemné neshody těchto systémů je popsána v kapitole 3.2. Rozdíl mezi těmito hodnotami je závislý na epoše (roce), ve které je měření prováděno. Elipsoidy používané v těchto referenčních rámcích se sice liší minimálně, avšak v nynějším návrhu uvažujeme i rozdílné parametry elipsoidů. V tabulce 3.3 jsou vypsány parametry elipsoidů používaných ve WGS-84 a ETRS-89.

Tabulka 3.2: Srovnání parametrů elipsoidů WGS-84 a GRS-80 [7.].

Elipsoid	a-velká poloosa [m]	b-vedlejší poloosa [m]	f <sup>-1</sup> -1/zploštění [-]
WGS-84	6378137,0	6356752,31425	298,257223563
GRS-80	6378137,0	6356752,31414	298,257222101

Převod obsahuje následující body (viz [7.]):

Převod mezi geodetickými a pravoúhlými souřadnicemi

Nejprve je nutné, kvůli následnému přepočtu, změřené hodnoty převést z geodetických na pravoúhlé použitím vztahů

$$x = (\rho + h) \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda, \quad (3-13)$$

$$y = (\rho + h) \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda \quad (3-14)$$

a

$$z = ((1 - e^2)\rho + h) \cdot \sin \varphi. \quad (3-15)$$

Kde e je excentricita elipsoidu

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (3-16)$$

a ρ je příčný poloměr křivosti

$$\rho = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}} \quad (3-17)$$

Parametry elipsoidu „a“ a „b“ volíme dle daného referenčního rámce (viz Tabulka 3.2.).

Transformace mezi WGS-84 a ETRS-89 v pravoúhlých souřadnicích

Souřadnice je potřeba převést v závislosti na epoše, ve kterých jsou data změřená.

Výsledek je dán součtem souřadnic, posunem za dané období a rotací za rok násobenou počtem let mezi měřením a rokem 1989, kdy byly souřadnice ETRS-89 zafixovány.

Přepočítání z WGS-84 do ETRS-89 je dán vztahem

$$\begin{pmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{pmatrix} \cdot (t_c - 1989). \quad (3-18)$$

Kde souřadnice s indexem E jsou ve formátu ETRS-89 a s indexem W jsou ve WGS-84.

Parametry  $T_1$ ,  $T_2$  a  $T_3$  jsou koeficienty posunu a  $R_1$ ,  $R_2$  a  $R_3$  jsou rychlosti rotace.

Hodnoty koeficientů jsou v tabulce 3.3. Parametr  $t_c$  je aktuální epocha (rok).

### 3.3 Transformační koeficienty pro převod z WGS-84 do ETRS-89 [5.]

$T_1$ [cm]	$T_2$ [cm]	$T_3$ [cm]	$R_1$ [ $s \cdot 10^{-3}$ /rok]	$R_2$ [ $s \cdot 10^{-3}$ /rok]	$R_3$ [ $s \cdot 10^{-3}$ /rok]
5,6	4,8	-3,7	0,054	0,518	-0,781

Pro zpětný přepočítání z ETRS-89 do WGS-84 je výpočet shodný, avšak liší se znaménka u všech transformačních koeficientů.

Po dosazení a drobné úpravě, vytknutím mínusu, získáme vztah pro přepočítání z ETRS-89 do WGS-84

$$\begin{pmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{pmatrix} \cdot (t_c - 1989). \quad (3-19)$$

Transformace zpět do geodetických souřadnic

Pro zpětný přepočítání z pravoúhlých souřadnic do geodetických využijeme aproximaci modelu Země koule. Poloměr však bude záviset na pracovním bodě, ve kterém se provádí měření. Poté můžeme souřadnice přepočítat dle

$$\varphi = \arcsin \frac{Z}{R}, \quad (3-20)$$

$$\lambda = \arcsin \frac{Y}{\cos(\varphi) R} \quad (3-21)$$

a

$$h = R - \rho. \quad (3-22)$$

Kde  $R$  je poloměr koule roven

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \quad (3-23)$$

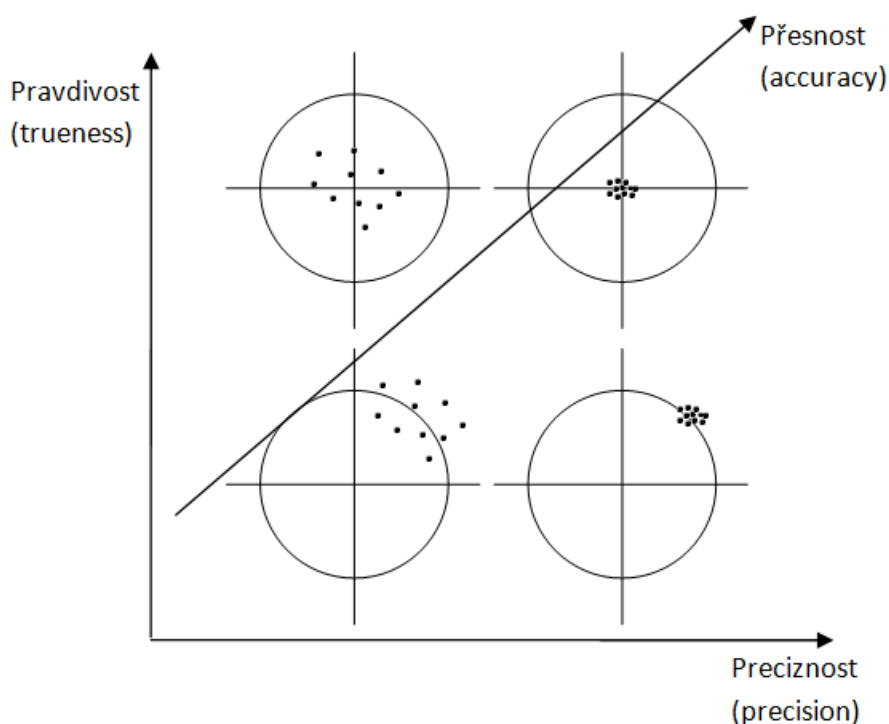
## 4 CHYBY LOKALIZAČNÍCH DAT

Pro přesné lokalizační systémy v mobilní robotice je důležitá nejen změřená pozice, ale také nejistota změřené hodnoty. Tato nejistota je dána velikostí intervalu, ve kterém se nachází určité procento změřených hodnot. Nebo pokud známe referenční hodnotu polohy, leží v intervalu skutečná (referenční) poloha s určitou pravděpodobností.

V následujících charakteristikách chyb předpokládáme Gaussovo rozložení chyby definované střední hodnotou  $\mu$  a rozptylem  $\sigma^2$ . Nejčastěji se charakterizuje chyba ve 2D prostoru, kde má rozložení tvar obecně elipsy.

Pro přesnost se používá různé názvosloví, proto jsou dále popsány používané anglické termíny accuracy, precision a trueness. Význam je patrný z obrázku 2.1.

- Trueness-česky pravdivost, udává těsnost shody mezi aritmetickým průměrem a správnou, referenční hodnotou.
- Precision-preciznost, určuje shodu jednotlivých naměřených vzorků.
- Accuracy-česky přesnost, kombinuje pravdivost a preciznost, tj.: udává shodu mezi naměřenou hodnotou a správnou hodnotou.



Obr. 4.1 Preciznost, pravdivost a přesnost

### 4.1 1D chyby

Pro určení chyby v 1D se používá směrodatná odchylka, neboli RMS (Root Mean Square). Hodnota RMS určuje oblast kolem správné hodnoty, ve které leží 68% změřených hodnot.

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - X_{\text{ref}})^2} \quad (4-1)$$

Z této hodnoty jde také spočítat interval, ve kterém se nachází 95% změřených hodnot. Tento interval se můžeme označit, stejně jako u 2D chyb, R95 a spočte se vynásobením hodnoty RMS koeficientem. Takto by bylo možné určit interval pro různá procenta hodnot ležících uvnitř, pokud bychom spočítali daný koeficient.

$$\text{R95} = 1,96 * \text{RMS}$$

Poté tedy

$$\text{R95} = 1,96 \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - X_{\text{ref}})^2}. \quad (4-2)$$

## 4.2 2D chyby

Pro vyjádření chybových charakteristik ve 2D prostoru je možné použít kruh anebo elipsu přesněji popisující rozložení. U kruhu se udává poloměr, který určuje velikost kruhu, ve kterém leží určité procento změřených hodnot. Elipsa zahrnuje rozdílné směrodatné odchylky v obou osách a také jejich vzájemnou kovarianci, neboli pootočení os elipsy vůči souřadnicovým osám. Středem křivek je zde uvažována referenční pozice.

- **Kruhové charakteristiky**

Kruh s poloměrem DRMS obsahuje 63% změřených hodnot.

$$\text{DRMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(X_i - X_{\text{ref}})^2 + (Y_i - Y_{\text{ref}})^2}} \quad (4-3)$$

R95 poloměr kruhu, obsahující 95% změřených údajů je přibližně dvojnásobek DRMS. Přesněji

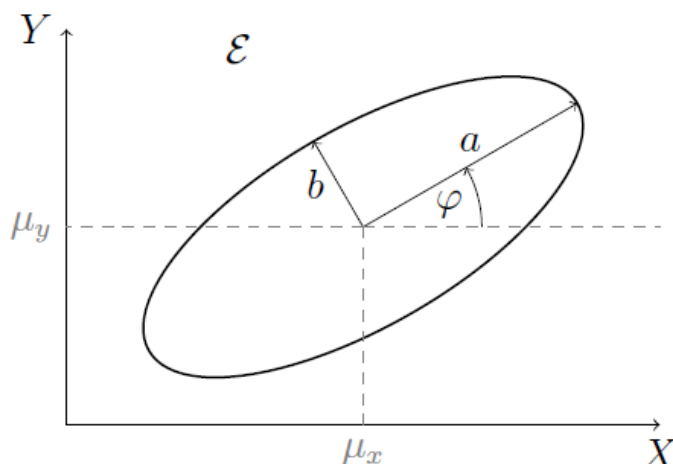
$$\text{R95} = 2 \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(X_i - X_{\text{ref}})^2 + (Y_i - Y_{\text{ref}})^2}} \quad (4-4)$$

Hodnotu CEP lze nejjednodušeji spočítat jako medián ze souboru absolutních hodnot jednotlivých odchylek měření od správné hodnoty.

$$\text{CEP} = \tilde{X} \quad (4-5)$$

kde  $\tilde{X}$  je medián souboru absolutních hodnot odchylek.

- Charakteristiky pomocí elipsy chyb



Obr. 4.2 Parametry elipsy chyb, převzato z [12.]

Pro výpočet parametrů elipsy chyb je využito následujících vzorců, které byly převzaty z [12.]:

$$a = \sqrt{4 \frac{-\ln(1 - P_{(x,y)}) (C_{xx}C_{yy} - C_{xy}^2)}{C_{xx} + C_{yy} + \sqrt{(C_{yy} - C_{xx})^2 + 4C_{xy}^2}}} \quad (4-6)$$

$$b = \sqrt{4 \frac{-\ln(1 - P_{(x,y)}) (C_{xx}C_{yy} - C_{xy}^2)}{C_{xx} + C_{yy} - \sqrt{(C_{yy} - C_{xx})^2 + 4C_{xy}^2}}} \quad (4-7)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2C_{xy}}{C_{xx} - C_{yy}} \right) \quad (4-8)$$

Kde:

$C_{xx}$  rozptyl v ose x

$C_{yy}$  rozptyl v ose y

$C_{xy}$  kovariance mezi osou x a y

$P_{(x,y)}$  pravděpodobnost, se kterou leží změřená hodnota v elipse

Pomocí těchto vztahů je možné spočítat velikost elipsy pro zvolené procento změřených hodnot ležících uvnitř elipsy.

### 4.3 3D chyby

Tvar chybové charakteristiky ve 3D je obecně elipsoid. Avšak pro lokalizaci se více používají charakteristiky tvaru koule.

- **MRSE**

Hodnota MRSE (Mean radial spherical error) udává poloměr koule se středem v referenční poloze, která obsahuje 61% změřených poloh. Tento poloměr lze spočítat dle směrodatných odchylek v jednotlivých osách.

$$\begin{aligned} \text{MRSE} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(X_i - X_{\text{ref}})^2 + (Y_i - Y_{\text{ref}})^2 + (Z_i - Z_{\text{ref}})^2}} \\ &= \sqrt{\text{RMS}_x^2 + \text{RMS}_y^2 + \text{RMS}_z^2} \end{aligned} \quad (4-9)$$

- **SEP**

Parametr SEP udává poloměr koule, která obsahuje 50% naměřených hodnot. Jeho velikost lze vypočítat obdobně jako v případě CEP, tedy jako medián ze souboru absolutních hodnot jednotlivých odchylek měření od referenční hodnoty.

### 4.4 Transformace chybových charakteristik

Z důvodu přepočtu změřené hodnoty do referenčního bodu je nutné také přepočítat chybové charakteristiky. Ve vztahu pro korekci změřené hodnoty vystupují kromě hodnot pozice, také změřené hodnoty rotace, které jsou také měřeny s určitou nejistotou. Všechny tyto nejistoty se projeví ve výsledné chybě měření. Tzv. věta o přenosu chyby udává vztah pro výpočet směrodatné odchylky nepřímo měřené veličiny

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \sigma_b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \sigma_c\right)^2 + \dots} \quad (4-10)$$

kde:

$Z=f(A,B,C,...)$

$f$  libovolná funkce, dle které se počítá výstupní hodnota  $Z$  z přímo měřených hodnot  $A,B,C,...$

$\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c, \dots$  směrodatné odchylky veličin  $A, B, C, \dots$

### 4.4.1 Transformace pro senzory lokálních souřadnic

Vztah pro výpočet korekce měření lokálních souřadnic je

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x_M + \Delta x \\ y_M + \Delta y \\ z_M + \Delta z \end{pmatrix}. \quad (4-11)$$

$R$  je matice rotace a veličiny  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  jsou konstanty, kde se uvažuje přesnost alespoň o řád větší, než přesnost měřených veličin. Pak chyby dány těmito konstantami můžeme zanedbat.

Výsledkem bude směrodatná odchylka pro každou osu dána vztahem

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_M} \sigma_{x_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y_M} \sigma_{y_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z_M} \sigma_{z_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha} \sigma_\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \beta} \sigma_\beta\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \gamma} \sigma_\gamma\right)^2}. \quad (4-12)$$

Jednotlivé složky výpočtu se rovnají

$$\frac{\partial f}{\partial x_M} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \gamma \\ \cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \end{pmatrix} \quad (4-13)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_M} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \beta \sin \gamma \\ \cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma \end{pmatrix} \quad (4-14)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z_M} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \gamma \\ -\sin \alpha \cos \beta \\ \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \quad (4-15)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\cos \alpha (\sin \beta (x \cos \gamma - y \sin \gamma) + z \cos \beta) - \sin \alpha (x \sin \gamma + y \cos \gamma) \\ \cos \alpha (x \sin \gamma + y \cos \gamma) - \sin \alpha (\sin \beta (x \cos \gamma - y \sin \gamma) + z \cos \beta) \end{pmatrix} \quad (4-16)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \beta (y \sin \gamma - x \cos \gamma) \\ \sin \alpha (\cos \beta (y \sin \gamma - x \cos \gamma) + z \sin \beta) \\ -\cos \alpha (\cos \beta (y \sin \gamma - x \cos \gamma) + z \sin \beta) \end{pmatrix} \quad (4-17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \gamma (y \cos \beta + z) - x \cos \beta \sin \gamma \\ \sin \alpha \sin \beta (x \sin \gamma + y \cos \gamma) + \cos \alpha (x \cos \gamma - y \sin \gamma) \\ \cos \gamma (x \sin \alpha - y \sin \beta \cos \alpha) - \sin \gamma (x \cos \alpha \sin \beta + y \sin \alpha) \end{pmatrix} \quad (4-18)$$

## 4.4.2 Transformace pro senzory geodetických souřadnic

Korekce geodetických (WGS-84 a ETRS-89) se vypočte dle těchto vztahů

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \quad (4-19)$$

$$h = h_M - z' \quad (4-20)$$

$$\varphi = \varphi_M - \arcsin \frac{y'}{\rho + h} \quad (4-21)$$

$$\lambda = \lambda_M - \arcsin \frac{x'}{\cos(\rho + h)} \quad (4-22)$$

R je opět označena matice rotace a veličiny  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  jsou konstanty, tudíž i zde jejich chybu zanedbáme. Výsledkem bude směrodatná odchylka pro každou osu dána vztahem

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial h_M} \sigma_{h_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \varphi_M} \sigma_{\varphi_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda_M} \sigma_{\lambda_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha} \sigma_{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \beta} \sigma_{\beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \gamma} \sigma_{\gamma}\right)^2}. \quad (4-23)$$

Jednotlivé složky výpočtu se rovnají

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda_M} = \begin{pmatrix} \lambda' \\ \varphi' \\ h' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4-24)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_M} = \begin{pmatrix} \lambda' \\ \varphi' \\ h' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4-25)$$

$$\frac{\partial f}{\partial h_M} = \begin{pmatrix} \lambda' \\ \varphi' \\ h' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4-26)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \begin{pmatrix} \lambda' \\ \varphi' \\ h' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\cos \alpha (\sin \beta (x \cos \gamma - y \sin \gamma) + z \cos \beta) - \sin \alpha (x \sin \gamma + y \cos \gamma) \\ \cos \alpha (x \sin \gamma + y \cos \gamma) - \sin \alpha (\sin \beta (x \cos \gamma - y \sin \gamma) + z \cos \beta) \end{pmatrix} \quad (4-27)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \begin{pmatrix} \lambda' \\ \varphi' \\ h' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \beta (y \sin \gamma - x \cos \gamma) \\ \sin \alpha (\cos \beta (y \sin \gamma - x \cos \gamma) + z \sin \beta) \\ -\cos \alpha (\cos \beta (y \sin \gamma - x \cos \gamma) + z \sin \beta) \end{pmatrix} \quad (4-28)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma} = \begin{pmatrix} \lambda' \\ \varphi' \\ h' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \gamma (y \cos \beta + z) - x \cos \beta \sin \gamma \\ \sin \alpha \sin \beta (x \sin \gamma + y \cos \gamma) + \cos \alpha (x \cos \gamma - y \sin \gamma) \\ \cos \gamma (x \sin \alpha - y \sin \beta \cos \alpha) - \sin \gamma (x \cos \alpha \sin \beta + y \sin \alpha) \end{pmatrix} \quad (4-29)$$



## 5 NÁVRH ŘEŠENÍ A IMPLEMENTACE

V následující kapitole je popsána zvolená implementace v jazyce C#.

### 5.1 Celkový popis implementace

Hlavním cílem této práce bylo vytvořit knihovnu obsahující třídu senzorů, která bude umožňovat korekci změřené veličiny vzhledem k umístění snímače na robota. Ve třídě musí být implementovány přepočty mezi souřadnicovými systémy.

Z důvodu univerzálnosti a možnosti korekce jakéhokoliv připojeného senzoru polohy či orientace je vytvořena nejprve třída pro jednoosé senzory a z ní poté odvozena třída pro tříosé, respektive dvouosé snímače. Třídy byly také rozděleny dle typů snímačů pro senzory polohy a senzory orientace, protože pro snímače orientace je třeba zadat pouze pootočení snímače vůči osám rotace robota. Z výše uvedeného vyplývá, že byly vytvořeny dvě třídy pro senzory polohy a tři pro senzory rotace. Jednotlivé třídy jsou popsány v následujících podkapitolách.

Pro chybové charakteristiky byla vytvořena třída umožňující výpočet zvolených charakteristik. Tato třída bude popsána v kapitole 5.6.

#### 5.1.1 Převod mezi souřadnicemi

Přepočet mezi souřadnicemi je implementován přímo do metod korekce. Pro každý výstupní formát obsahuje třída jednu metodu. Transformace mezi lokálními a globálními souřadnicemi je možné provádět v jednotlivých osách, při známosti referenčního bodu, od kterého se počítají lokální souřadnice, a také při správně nastaveném pracovním bodě. Avšak přepočet mezi WGS-84 a ETRS-89 je možné pouze u tříosých snímačů, protože k přepočtu je potřeba znát všechny hodnoty dané souřadnice.

#### 5.1.2 Referenční bod-počátek kartézského lokálního systému souřadnic

Souřadnice referenčního bodu je potřeba zadat, pokud bude využíván přepočet mezi globálními a lokálními souřadnicemi. Tyto souřadnice je možno zadat v obou globálních systémech souřadnic pro tříosé snímače, kde se tento přepočet uvažuje. Hodnota souřadnice referenčního bodu je uložena v obou souřadnicových rámcích. Tyto proměnné jsou statické, což znamená, že jsou stejné pro všechny instance dané třídy. Z toho vyplývá, že lze nastavit vždy jednu referenční souřadnici pro všechny snímače.

### 5.1.3 Pracovní bod měření

Pracovní bod je nastavován při každé vstupní hodnotě do korekce u tříosých snímačů a stejně tak je tento bod aktualizován při spuštění korekce pro jednoosé senzory, aby byla korekce co nejpřesnější. Souřadnice pracovního bodu mohou být zadány v systému WGS-84 i ETRS-89. Při zadání v jakémkoliv z těchto systémů souřadnic se hodnota automaticky přepočítá do druhého systému a uloží se souřadnice bodu v obou referenčních systémech souřadnic. Také i zde je souřadnice pracovního bodu statická proměnná, takže pracovní bod je stejný pro všechny lokalizační systémy na robotu.

## 5.2 Jednoosé snímače

### 5.2.1 Senzory polohy

Základní třída je pro senzory polohy zvaná `S1DOFTrans`. Jako hlavní proměnné obsahuje:

- `iX`, `iY`, `iZ`-hodnoty posuvu vůči referenčnímu bodu
- `iRotX`, `iRotY`, `iRotZ`-rotace kolem daných os
- `iType`-udává, v jakém systému jsou data měřeny; 0=WGS-84, 1=lokální, 2=ETRS-89
- `iAxis`-udává, v jaké ose jsou data měřeny; 1=X, 2=Y, 3=Z
- `iRefPoint_wgs` a `iRefPoint_etrs`-poloha referenčního bodu v dané ose ve formátu WGS-84, resp. ETRS-89. Referenční bod udává počátek kartézské lokální soustavy v globálních souřadnicích. Od tohoto bodu se poté počítají lokální souřadnice.
- `OperPoint1_wgs`, `OperPoint2_wgs`, `OperPoint3_wgs` a `OperPoint1_etrs`, `OperPoint2_etrs`, `OperPoint3_etrs`-slouží k nastavení pracovního bodu, v blízkosti kterého probíhá měření. Tento bod je důležitý k přepočtu mezi lokálními a ostatními souřadnicemi. Čím přesněji je nastaven pracovní bod aktuálně přepočítávané souřadnici, tím přesnější je přepočet a korekce souřadnic.
- `iR_wgs` a `iR_etrs`-udávají hodnotu od počátku souřadnic. Což také znamená poloměr koule, kterou je Země lokálně aproximována. Tyto hodnoty jsou závislé na nastaveném pracovním bodě.

Vstupní formát dat je v metrech pro lokální souřadnice, respektive ve stupních se znaménkem určujícím směr. Hodnoty orientace jsou také vkládány ve stupních (např.:30,987654°).

Dále třída obsahuje metody pro korekci změřených hodnot. Vstupními parametry těchto metod jsou: hodnota souřadnice v dané ose a aktuální rotace robota vzhledem k referenčnímu rámci ve všech osách.

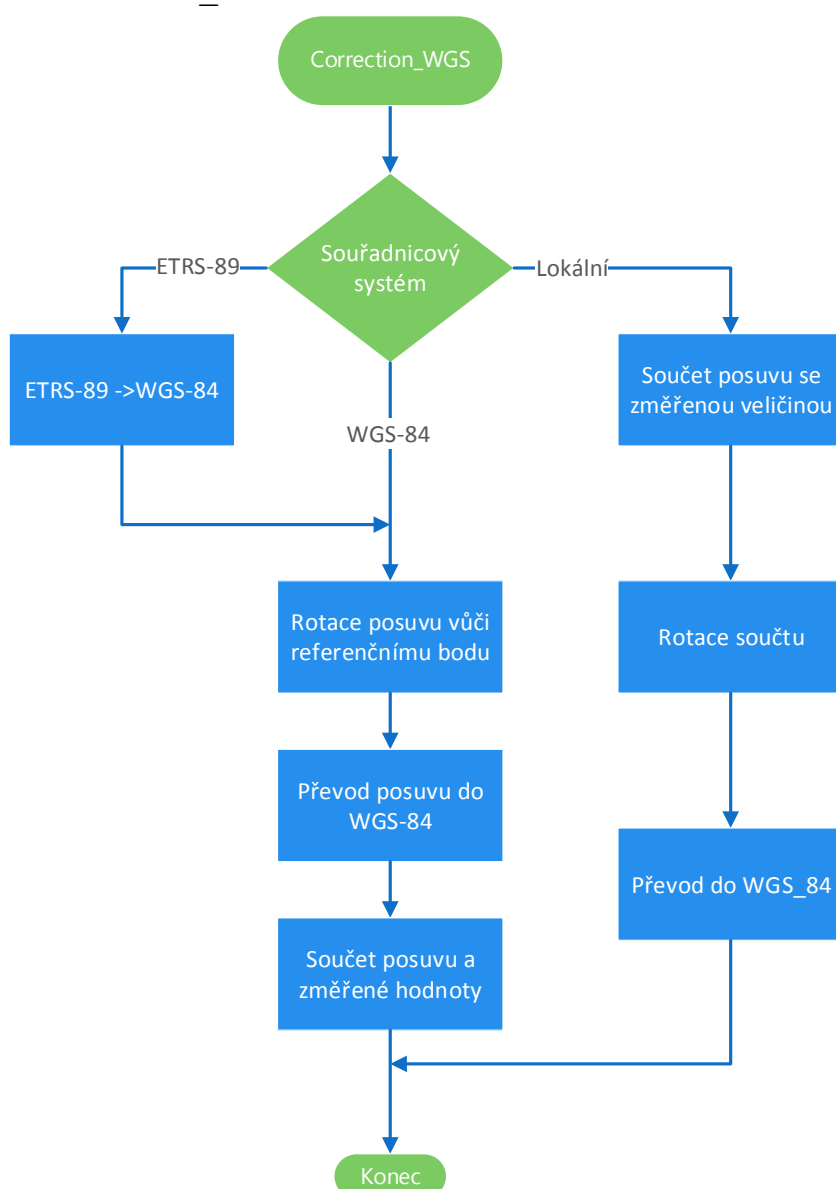
### ▪ Correction\_WGS

Metoda `Correction_WGS` spočítá korekci vstupní hodnoty dle uložení snímače a aktuální rotace robota a výsledek vrací v souřadnicovém systému WGS-84.

Pro data měřená ve WGS-84 nejprve spočítá rotovaný posuv v lokálních souřadnicích (dle rovnice (2-5)), kde uvažujeme pouze posunutí v měřené ose. Poté rotovaný posuv převede do systému WGS-84 a následně přičte ke změřené hodnotě. Postup převodu je popsán v kapitole 3.4.1.

Pro lokální měření je nutné nejprve sečíst hodnotu posuvu (pouze v ose měření) s měřenou veličinou, následně provést rotaci tohoto součtu (rovnice (2-7)), převést do WGS-84 a přičíst k referenčnímu bodu.

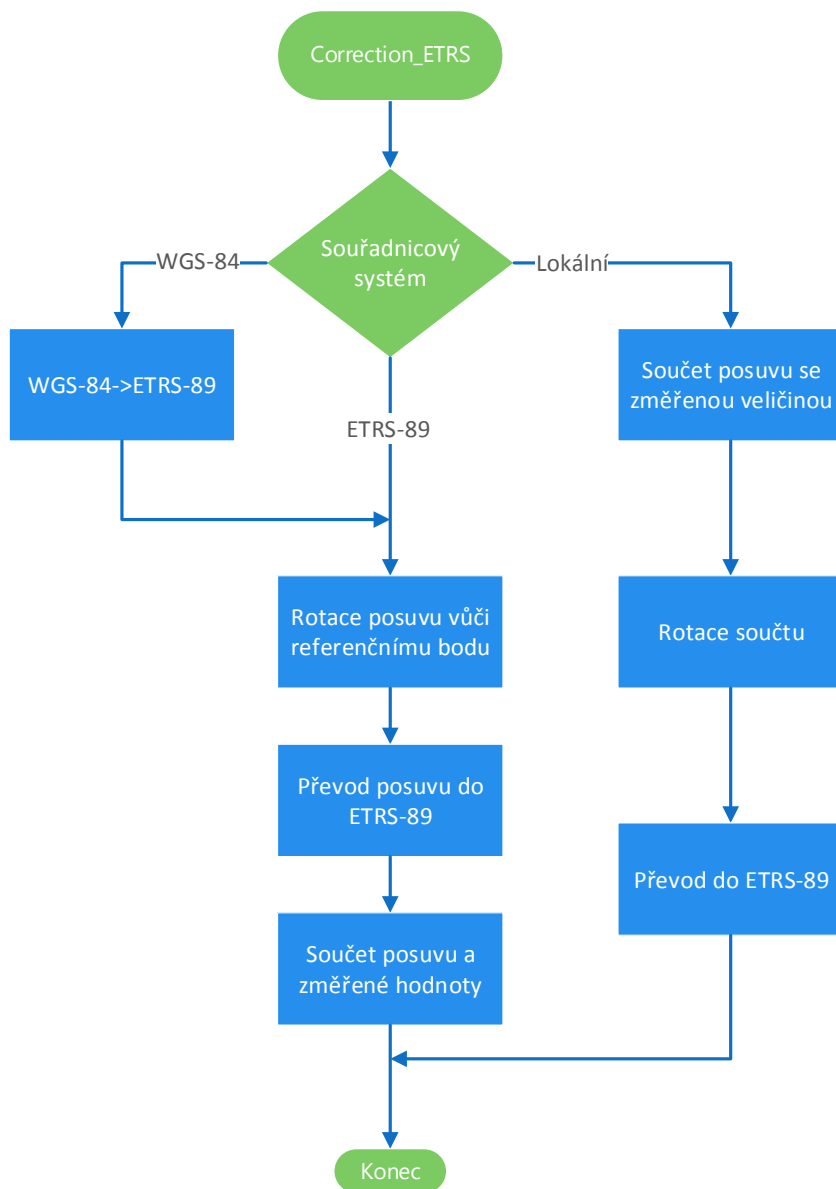
Celý algoritmus je lépe patrný na následujícím vývojovém diagramu metody `Correction_WGS`.



Kde přepočítání z ETRS-89 do WGS-84 je možný pouze u tříosých snímačů (viz kapitola 3.4.3).

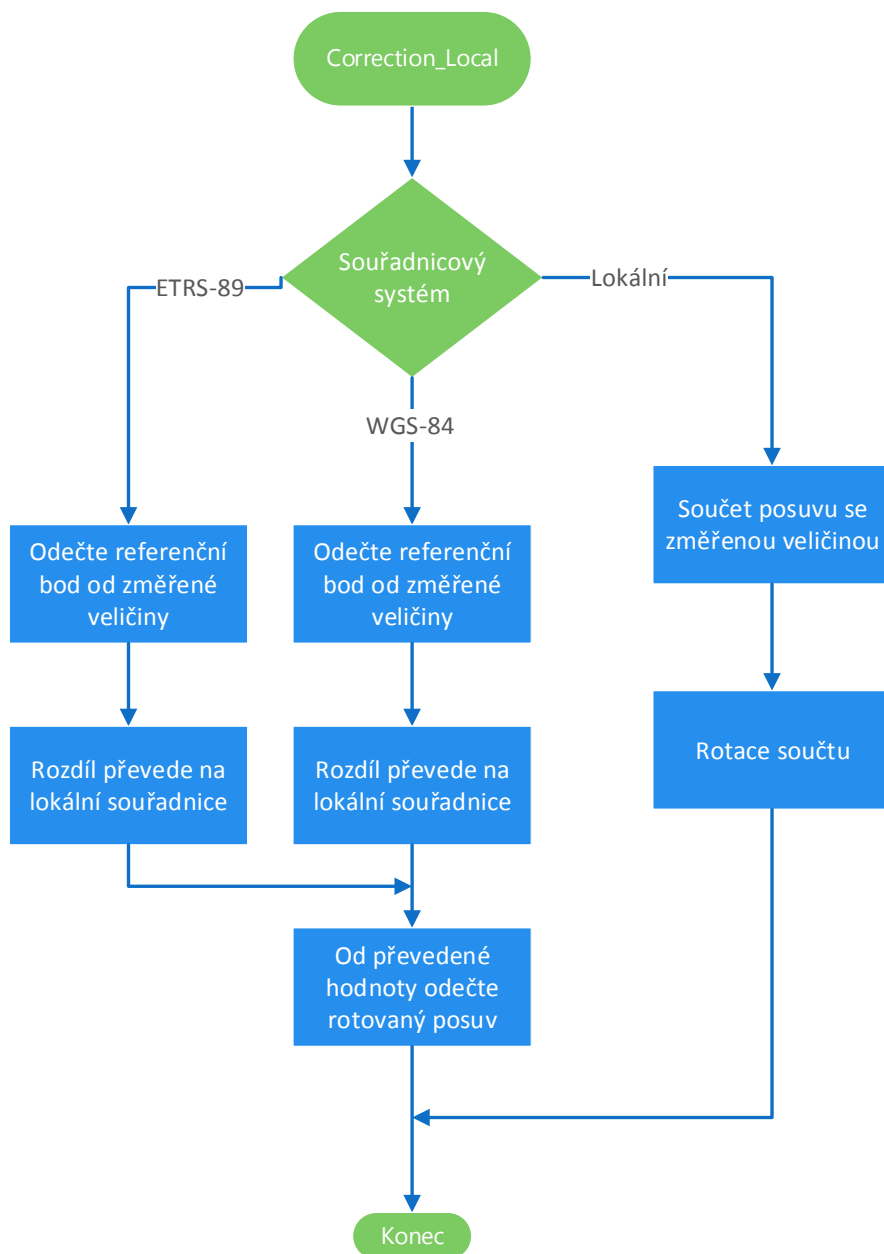
### ▪ Correction\_ETRS

Výsledek korekce vrací v systému ETRS-89. Metoda je jinak identická s metodou Correction\_WGS. Pouze se liší parametry výpočtu, jako například poloměrem aproximační koule, či hodnotou referenčního bodu. Na následujícím obrázku je vývojový diagram této metody, ze kterého jde vidět analogie mezi těmito metodami.



### ▪ Correction\_Local

Metoda `Correction_Local` vrací hodnotu pozice v lokálních souřadnicích přepočítanou dle vztahů pro korekci popsanych v předchozích kapitolách. Celý postup je popsán diagramem níže.



### 5.2.2 Senzory orientace

Třída pro korekci senzorů orientace `S1DOFRot` je o poznání jednodušší. To je dáno snadným algoritmem a pouze jedním výstupním formátem dat. Metoda tedy obsahuje tři proměnné pro určení natočení snímače na robotu `iRotX`, `iRotY` a `iRotZ`. Dále

obsahuje již pouze `iAxis`, aby bylo možné určit, pro jakou osu se hodnoty přepočítávají.

Ke korekci slouží metoda `Correction`, která má jako vstupní parametr pouze hodnotu orientace v dané ose. Vztah pro výpočet korekce je uveden v kapitole 2.2.

### 5.3 Víceosé snímače polohy

Třída pro tříosé translační senzory `S3DOFTrans` obsahuje, navíc oproti třídě pro jednoosé senzory, metody `WGStoETRS` a `ETRSstoWGS`. Jak plyne z názvu, tyto metody převádějí souřadnice mezi referenčními rámci WGS-84 a ETRS-89. Metody korekce pouze volají korekce pro jednotlivé osy, kterým předávají parametry a výsledek ze všech os sčítají dohromady. Výjimkou je pouze korekce s převodem ETRS-WGS a naopak, kde metoda nejprve volá přepočet mezi souřadnicemi a poté předává hodnoty souřadnic ke korekci již ve výstupním formátu.

### 5.4 Víceosé snímače rotace

I u víceosých senzorů rotace třída obsahuje pouze dva, respektive tři jednoosé senzory. Implementována je zde shodně pojmenovaná metoda `Correction`, která opět volá metody korekce jednoosých snímačů a předává jim hodnoty.

## 5.5 Reálné snímače

V tabulce 5.1 jsou vypsány některé reálné snímače s důležitými parametry, které je nutné nastavit pro správnou korekci.

5.1: Tabulka reálných snímačů s vyznačením potřebných parametrů

	Senzor	Typ	Třída	Posuv			Otočení snímače vůči osám robota			Orientace robota		
				1. osa	2. osa	3. osa	1. osa	2. osa	3. osa	1. osa	2. osa	3. osa
Poloha	IR-senzor vzdálenosti	1D	S1DOFTrans	•				•	•	•	•	•
	Ultrazvukový senzor vzdálenosti	1D	S1DOFTrans	•				•	•	•	•	•
	Lidar	2D	S2DOFTrans	•	•		•	•	•	•	•	•
		3D	S3DOFTrans	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	GPS	3D	S3DOFTrans	•	•	•				•	•	•
	Odometrie	1D	S1DOFTrans	•				•		•	•	•
	Akcelerometr	1D	S1DOFTrans	•				•	•	•	•	•
		2D	S2DOFTrans	•	•		•	•	•	•	•	•
		3D	S3DOFTrans	•	•	•	•	•	•	•	•	•
Orientace	DGPS (orientace)	2D	S2DOFRot				•	•				
	Gyroskop	1D	S1DOFRot					•	•			
		2D	S2DOFRot				•	•	•			
		3D	S3DOFRot				•	•	•			
	Akcelerometr (statický režim)	1D	S1DOFRot				•					
	Magnetometr	1D	S1DOFRot				•					

Pozn.: Potřebné parametry u jednotlivých senzorů jsou označeny symbolem •.

Pro 1D snímač 1. osa označuje měřenou osu. Pro 2D jsou měřenými osami 1. a 2. osa.

## 5.6 Chybové charakteristiky

Pro výpočet chybových charakteristik byla naprogramována statická třída `ErrChar`, která obsahuje metody pro výpočty jednotlivých charakteristik. Všechny metody mají jako vstupní data pole hodnot a referenční hodnotu/hodnoty. Všechny metody počítají, že vstupem jsou hodnoty ve stejných jednotkách. Tedy v metrech. Pro převod z WGS-84 či ETRS-89 lze využít korekčních metod třídy `S3DOFTrans`.

- Metoda `RMS_1D` spočítá směrodatnou odchylku pro vstupní pole hodnot a referenční hodnotu. Výstupem je poté hodnota směrodatné odchylky.
- Pro výpočet `R95_1D` je využito předchozí metody `RMS_1D`, kterou zavolá a výsledek vynásobí koeficientem 1,96.
- Metoda `DRMS` očekává jako vstupní data dvě pole, každé v jedné ose, změřených hodnot a také dvě souřadnice referenčního bodu. Výsledkem je pouze jedno číslo udávající poloměr kruhu se středem v referenční souřadnici obsahující 63% naměřených hodnot.
- V metodě `R95_2D` pro výpočet R95 ve 2D je využito metody `DRMS`. Výstupní hodnota z `DRMS` je poté pouze vynásobena koeficientem 2.
- Metoda `CEP` nejprve vypočte absolutní hodnotu odchylky změřené hodnoty od referenční. Tento soubor poté seřadí dle velikosti a poté vybere prostřední prvek pole, který určí jako hodnotu CEP.
- Na stejném principu jako `CEP` pracuje metoda `SEP`, akorát že je určena pro chyby ve 3D prostředí. Tudíž vstupem jsou tři pole pro jednotlivé osy a tři referenční hodnoty pozice.
- Další charakteristika pro 3D se nazývá MRSE. Tato hodnota je počítána ve stejnojmenné metodě `MRSE`. Algoritmus nejprve voláním metody `RMS_1D` spočítá RMS v jednotlivých osách a poté vypočte hodnotu MRSE jako odmocninu ze součtu kvadrátů odchylek.
- Poslední implementovanou metodou pro výpočet charakteristik je metoda `Ellipse`, která je určena pro určení horizontálních chyb (2D). Tato metoda má vstupem kromě polí změřených hodnot a referenční pozice také pravděpodobnost, se kterou leží změřená hodnota uprostřed elipsy. Implicitně je nastavena na hodnotu 39%. Výstupem jsou parametry elipsy, konkrétně: a-



hlavní poloosa, b-vedlejší poloosa a  $\alpha$ -úhel mezi hlavní poloosou a souřadnicovou osou x. Algoritmus počítá parametry dle vztahů uvedených v kapitole 4.2.

## 5.7 Transformace chybových charakteristik

Pro transformaci chybových charakteristik byly do třídy `ErrChar` implementovány dvě metody: `Trans_Global` a `Trans_Local`. Transformace chybových charakteristik musí být rozdělena dle typu měřených dat, protože korekce se pro oba typy dat počítá dle jiných vztahů.

Místo transformace směrodatné odchylky v programu transformujeme všechny odchylky, abychom mohli z transformovaných odchylek určit nejen směrodatné odchylky, ale také charakteristiku pomocí elipsy či jakéhokoliv jiného parametru.

### ▪ **Trans\_Global**

Vstupními daty do metody `Trans_Global` jsou:

- pole  $\phi$  souřadnic (geodetická šířka)
- pole  $\lambda$  souřadnic (geodetická délka)
- pole  $h$  souřadnic (výška)
- pole úhlů  $\alpha$  (Tilt)
- pole úhlů  $\beta$  (Roll)
- pole úhlů  $\gamma$  (Yaw)
- pole odchylek ve směru  $\phi$
- pole odchylek ve směru  $\lambda$
- pole odchylek ve směru  $h$
- posuv senzoru v ose x
- posuv senzoru v ose y
- posuv senzoru v ose z

I zde jsou všechny proměnné zadávány ve stupních, respektive v metrech.

Metoda transformuje všechny odchylky dle vztahů uvedených v kapitole 0.

### ▪ **Trans\_Local**

Vstupní data metody `Trans_Local` jsou velmi podobná s předchozími:

- pole x souřadnic
- pole y souřadnic
- pole z souřadnic
- pole úhlů  $\alpha$  (Tilt)
- pole úhlů  $\beta$  (Roll)
- pole úhlů  $\gamma$  (Yaw)
- pole odchylek ve směru x
- pole odchylek ve směru y
- pole odchylek ve směru z
- posuv senzoru v ose x

- posuv senzoru v ose y
- posuv senzoru v ose z

V metodě jsou implementovány vztahy výpočtu dle 0 a výstupními daty jsou transformované odchylky v jednotlivých osách.

## 6 EXPERIMENTY S ROBOTEM

Tato kapitola se věnuje návrhu, popisu a hodnocení experimentu s robotem.

### 6.1 Robot a měřící zařízení

K dispozici pro experimenty byl mobilní robot envMap z UAMT. Tento robot je určen pro velmi přesnou sebelokalizaci a mapování, zejména ve vnějším prostředí. Pro experimenty je vybaven diferenciálním RTK satelitním navigačním přístrojem Trimble BX982 a druhým od firmy Ashtech. Pro diferenciální GNSS přístroje jsou v reálném čase dostupná korekční data z vlastní GNSS základnové stanice umístěné na střeše objektu T12.

### 6.2 Návrh experimentů

V experimentu je potřeba otestovat vytvořené části a to konkrétně:

- korekce změřených hodnot
- transformace mezi souřadnicovými systémy
- chybové charakteristiky
- transformace chybových charakteristik

K vyhodnocení přesnosti korekcí je využita síť přesných geodetických bodů zaměřených před budovou T12. Tyto body by měli být zaměřeny s přesností na milimetry a jsou viditelně označeny. Na tyto body se umístí referenční bod, aby se daly porovnat výsledky korekce s přesnými souřadnicemi referenčního bodu.

Transformaci mezi souřadnými systémy lze otestovat například pomocí programu Transdat, který umožňuje převod mezi velkým typem souřadnicových systémů.

Pro měření chybových charakteristik je potřeba měřit statický bod s více opakováními (stovky, až tisíce), aby bylo možné z rozložení dat určit parametry chybových charakteristik. Tyto chybové charakteristiky lze poté transformovat dle vztahů v kapitole 4.4.

### 6.3 Experiment

Pro provedení experimentu s robotem byly k dispozici dvě DGNSS navigace s RTK. Tyto přístroje by měli být schopny měřit s přesností v jednotkách milimetrů. Avšak u navigace Ashtech se vyskytl problém s měřením s RTK, zřejmě kvůli nedostatku viditelných satelitů. Proto se jeho přesnost nakonec pohybovala řádově v centimetrech. Oba lokalizační přístroje pracují v módu DGNSS, proto s nimi mohlo být měřeno 5 stupňů volnosti. Konkrétně 3 hodnoty posuvu a dvě hodnoty orientace. Vzhledem k poměrně rovnosti terénu jsme hodnotu jednoho úhlu (dle zapojení, většinou Roll)

mohli nahradit nulou. Tím jsme se dopustili sice chyby tohoto úhlu přibližně  $1^\circ$ , ale v konečném výsledku má tato chyba malý vliv.

Nastavení referenčního bodu na robotu nad bod se známými souřadnicemi byl měřen pomocí olovnice zavěšené pod střed antény, kde jsme umisťovali referenční bod.

## 6.4 Měření statických bodů

Prvním bodem experimentů bylo změřit statické body především pro chybové charakteristiky, ale také pro korekci změřených hodnot. Měření bylo provedeno pro dvě různá umístění snímačů a celkem pro čtyři známé referenční body. V následujících podkapitolách je popsáno měření dvou bodů dle různého umístění přístrojů.

### 6.4.1 Zapojení č.1

Parametry prvního umístění snímačů pro výpočet jsou uvedeny v následující tabulce (6.1)

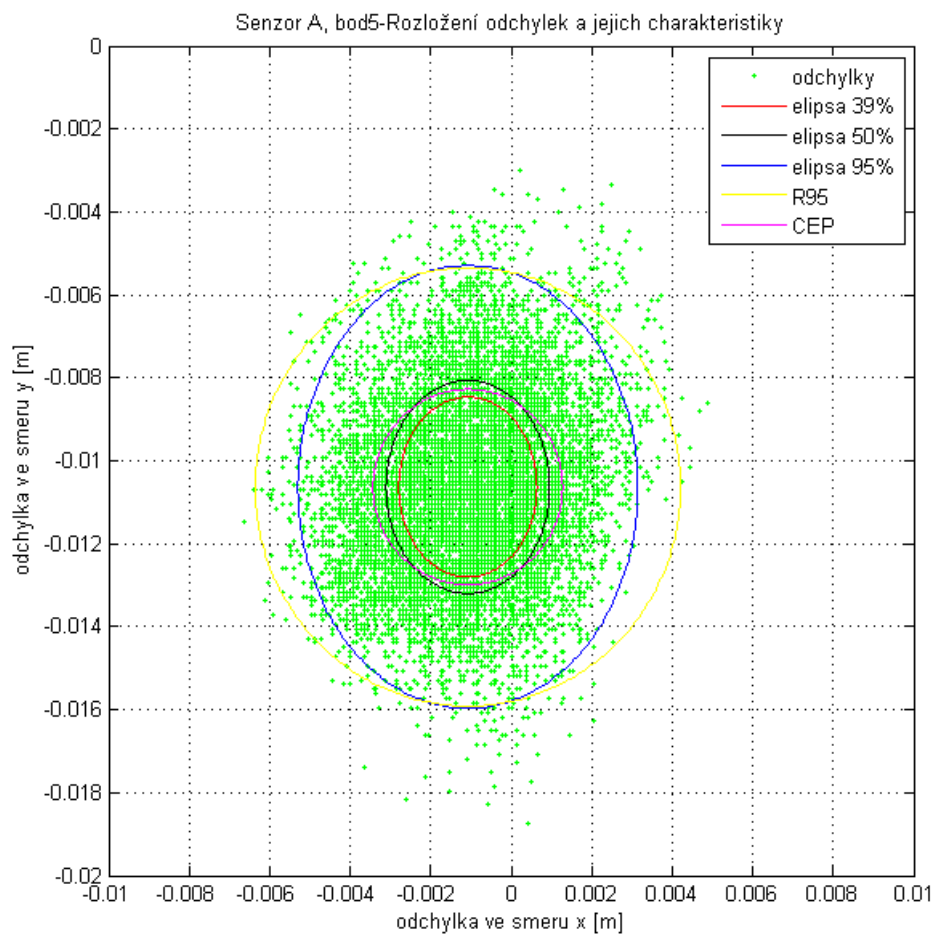
6.1 Tabulka s parametry umístění snímače

	Přístroj A-Trimble BX982	Přístroj B-Ashtec
$\Delta x$ [m]	0	0
$\Delta y$ [m]	0	0,135
$\Delta z$ [m]	0	-0,047

Referenční souřadnice (referenčního) bodu:  $\varphi=49,22759657^\circ$   $\lambda=16,57470262^\circ$   
 $h=328,31\text{m}$

### ▪ Přístroj A-Chybové charakteristiky

Grafické znázornění odchylek a chybových charakteristik pro přístroj A je uveden na následujícím obrázku.



Parametry chybových charakteristik:

CEP= 0.0023

R95= 0.0052

Elipsa pro 39%:

a= 0.0021

b= 0.0017

$\alpha = 90^\circ$

Elipsa pro 50%:

a= 0.0025

b= 0.0020

$\alpha = 90^\circ$

Elipsa pro 95%:

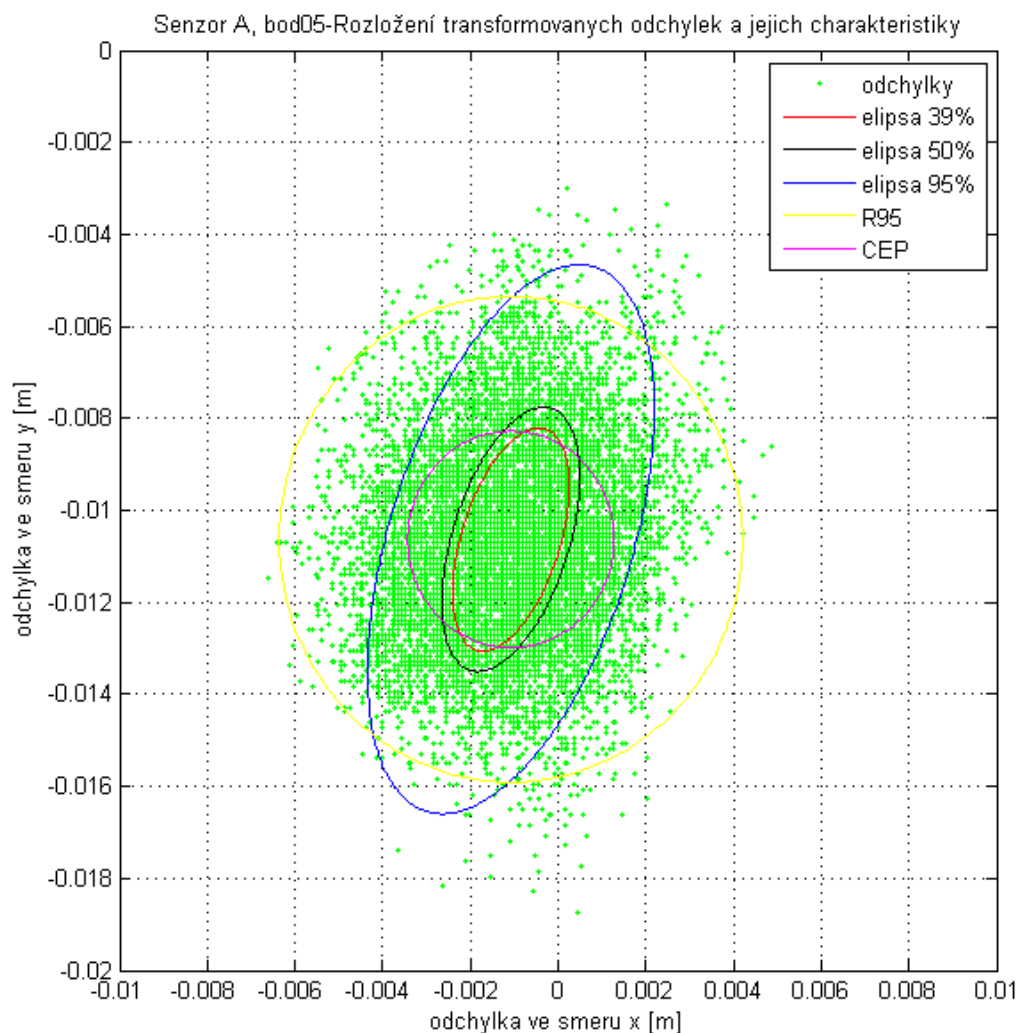
a= 0.0053

b= 0.0042m

$\alpha = 90^\circ$

▪ **Přístroj A-Transformované chybové charakteristiky**

Grafické znázornění transformovaných odchylek a jejich chybových charakteristik pro přístroj A.



Parametry transformovaných chybových charakteristik:

CEP= 0.0023

R95= 0.0052

Elipsa pro 39%:

a= 0.0025

b= 0.0011

$\alpha = 71,6154^\circ$

Elipsa pro 50%:

a= 0.0030m

b= 0.0013

$\alpha = 71,6154^\circ$

Elipsa pro 95%:

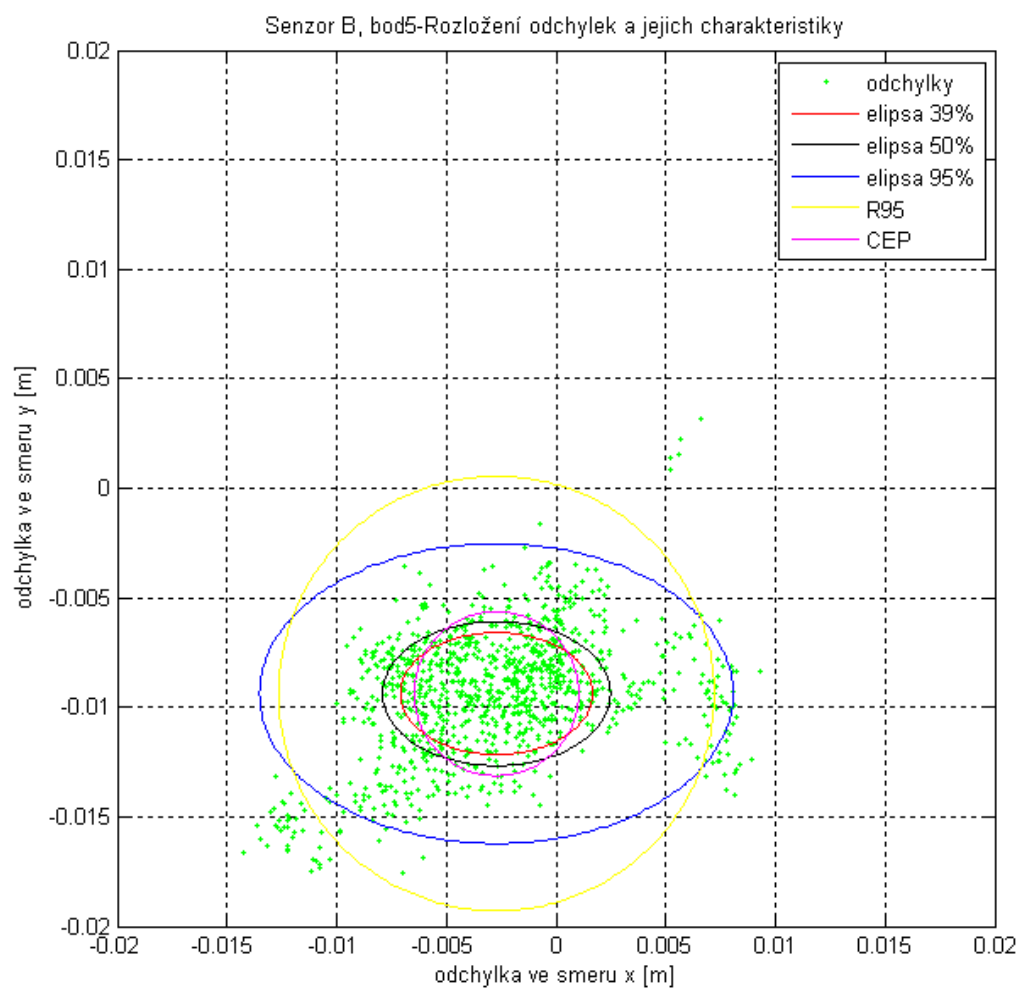
$$a = 0.0062$$

$$b = 0.0027$$

$$\alpha = 71,6154^\circ$$

#### ▪ Přístroj B-Chybové charakteristiky

Grafické znázornění odchylek a chybových charakteristik pro přístroj B je uveden na obrázku níže.



Parametry chybových charakteristik:

$$\text{CEP} = 0.0037$$

$$\text{R95} = 0.0099$$

Elipsa pro 39%:

$$a = 0.0043$$

$$b = 0.0027$$

$$\alpha = 0^\circ$$

Elipsa pro 50%:

$$a = 0.0052$$

$$b = 0.0033$$

$$\alpha = 0^\circ$$

Elipsa pro 95%:

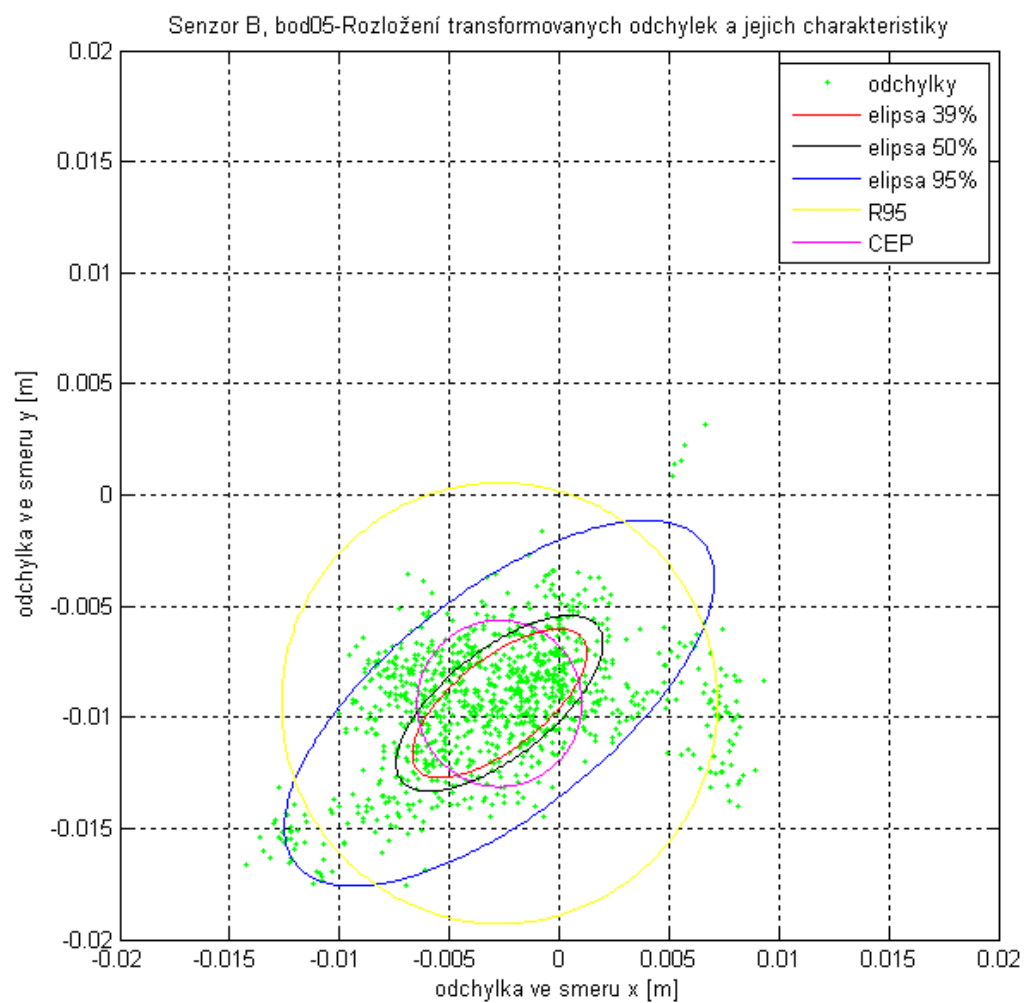
$$a = 0.01079$$

$$b = 0.0068$$

$$\alpha = 0^\circ$$

▪ **Přístroj B-Transformované chybové charakteristiky**

Grafické znázornění transformovaných odchylek a jejich chybových charakteristik pro přístroj B je uveden na obrázku 5.7.



Parametry transformovaných chybových charakteristik:

$$\text{CEP} = 0.0037$$

$$\text{R95} = 0.0099$$

Elipsa pro 39%:

$$a = 0.0047$$



$$b = 0.0020$$

$$\alpha = 37,8139^\circ$$

Elipsa pro 50%:

$$a = 0.0056$$

$$b = 0.0024$$

$$\alpha = 37,8139^\circ$$

Elipsa pro 95%:

$$a = 0.0117$$

$$b = 0.0050$$

$$\alpha = 37,8139^\circ$$

## 6.4.2 Zapojení č.2

Pro další pokus bylo změněno umístění senzorů. Nyní se referenční bod nachází pod přijímačem B.

Parametry pro výpočet jsou uvedeny v následující tabulce (5.5).

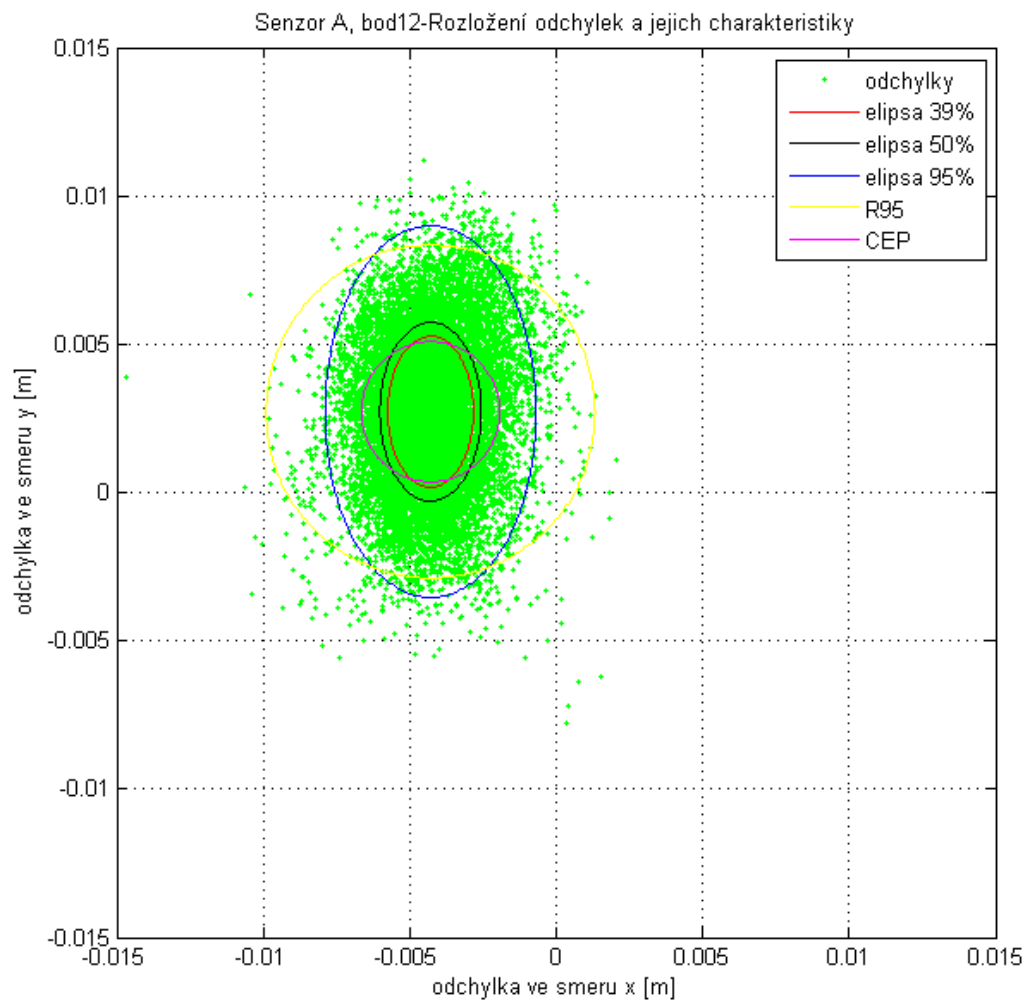
6.2: parametry druhého zapojení senzorů

	Přístroj A-Trimble BX982	Přístroj B-Ashtec
$\Delta x$ [m]	0,965	0
$\Delta y$ [m]	-1,005	0
$\Delta z$ [m]	-0,047	0

Referenční souřadnice (referenčního) bodu (č.12):  $\varphi = 49,22775039^\circ$   $\lambda = 16,57499149^\circ$   
 $h = 327,169\text{m}$

▪ **Přístroj A-Chybové charakteristiky**

Grafické znázornění odchylek a chybových charakteristik pro přístroj A je uveden na obrázku.



Parametry chybových charakteristik:

CEP= 0.0023

R95= 0.0056

Elipsa pro 39%:

a= 0.0025

b= 0.0014

$\alpha= 90^\circ$

Elipsa pro 50%:

a= 0.0030

b= 0.0017

$\alpha= 90^\circ$

Elipsa pro 95%:

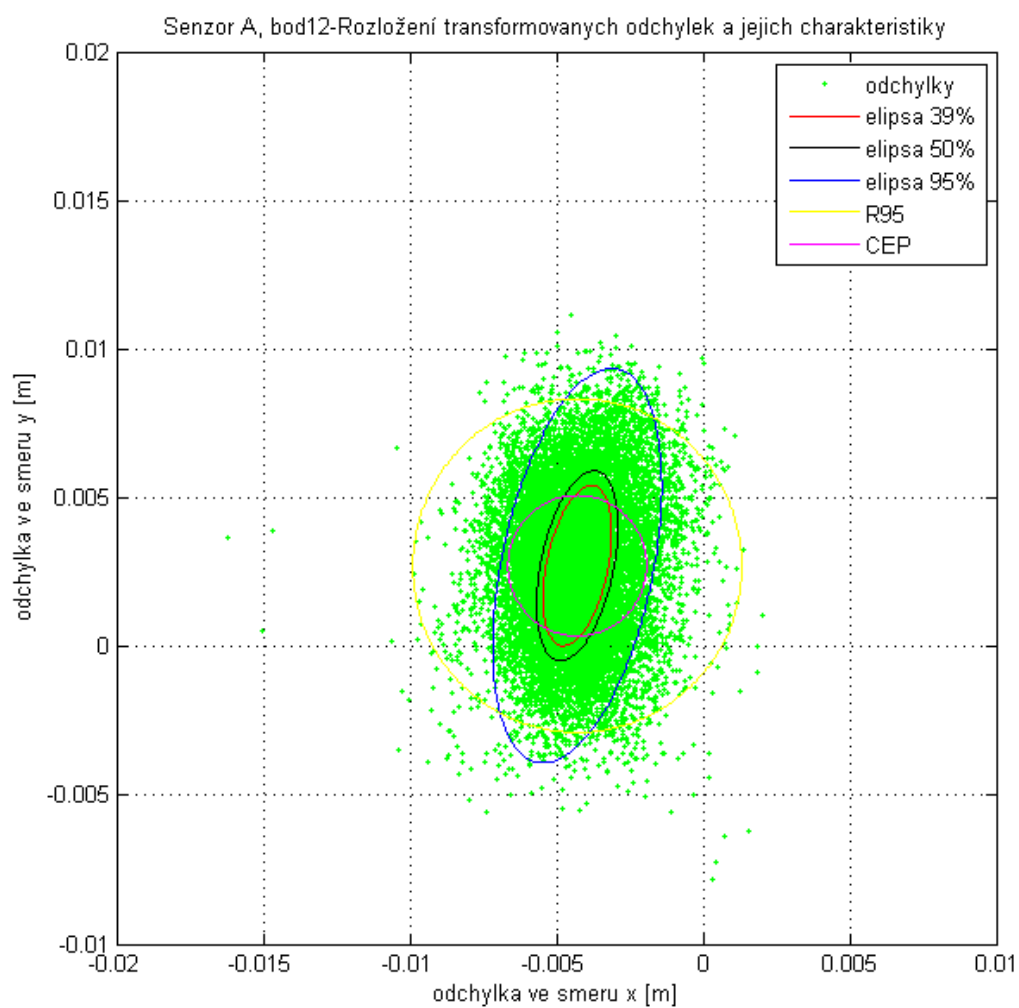
a= 0.0062

$$b = 0.0036$$

$$\alpha = 90^\circ$$

#### ▪ Přístroj A-Transformované chybové charakteristiky

Grafické znázornění transformovaných odchylek a jejich chybových charakteristik pro přístroj A je uveden na obrázku



Parametry transformovaných chybových charakteristik:

$$\text{CEP} = 0.0023$$

$$\text{R95} = 0.0056$$

Elipsa pro 39%:

$$a = 0.0027$$

$$b = 0.0010$$

$$\alpha = 78,1946^\circ$$

Elipsa pro 50%:

$$a = 0.0032$$

$$b = 0.0012$$

$$\alpha = 78,1946^\circ$$

Elipsa pro 95%:

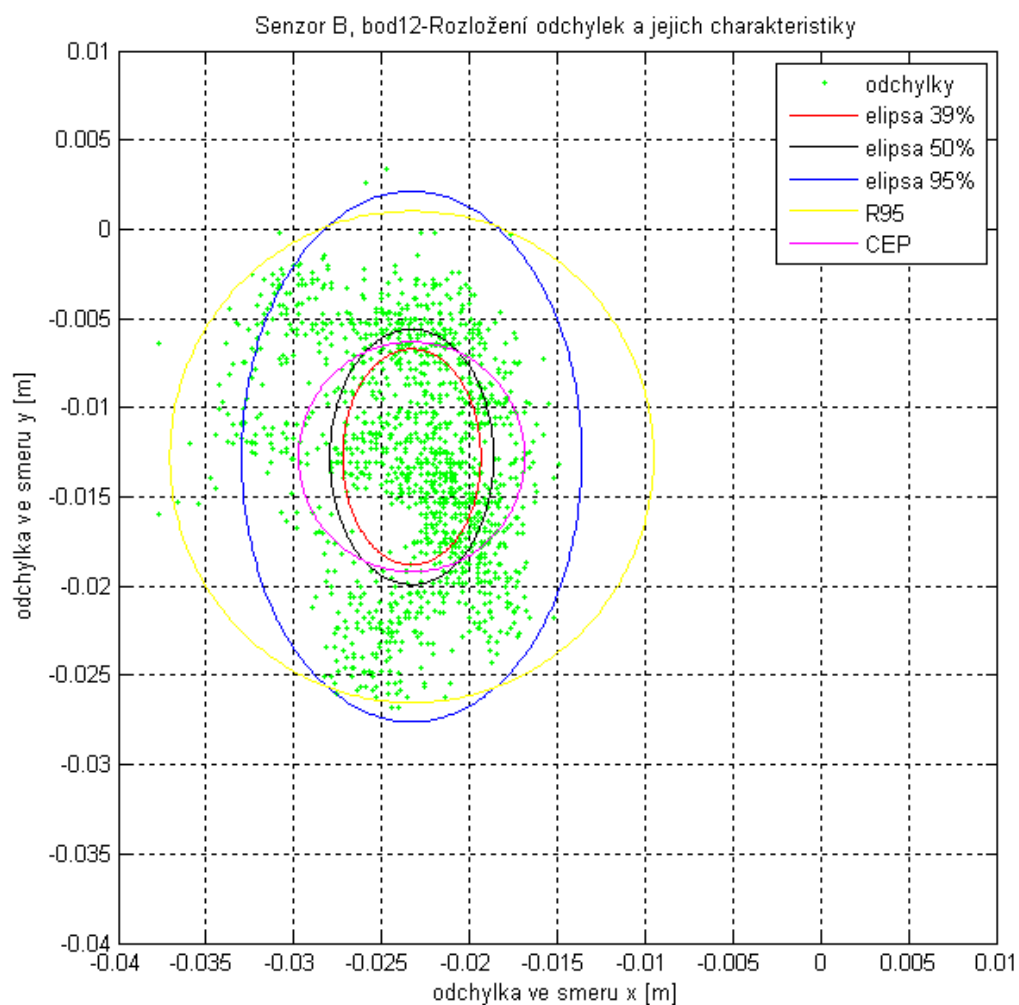
$$a = 0.0067$$

$$b = 0.0025$$

$$\alpha = 78,1946^\circ$$

#### ▪ Přístroj B-Chybové charakteristiky

Grafické znázornění odchylek a chybových charakteristik pro přístroj B je uveden na obrázku.



Parametry chybových charakteristik:

$$\text{CEP} = 0.0064$$

$$\text{R95} = 0.0137$$

Elipsa pro 39%:

$$a = 0.0060$$

$$b = 0.0039$$

$$\alpha = 90^\circ$$

Elipsa pro 50%:

$$a = 0.0071$$

$$b = 0.0046$$

$$\alpha = 90^\circ$$

Elipsa pro 95%:

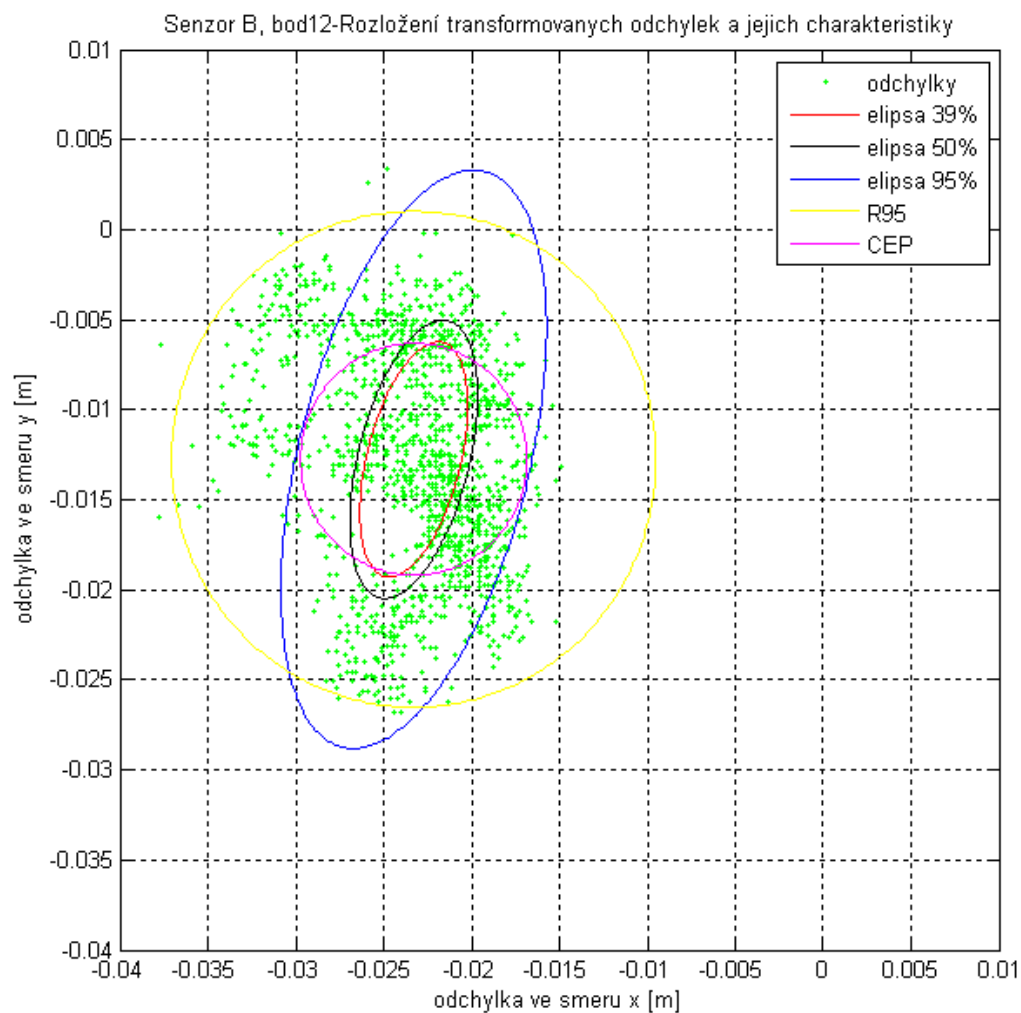
$$a = 0.0148$$

$$b = 0.0096$$

$$\alpha = 90^\circ$$

#### ▪ Přístroj B-Transformované chybové charakteristiky

Grafické znázornění transformovaných odchylek a jejich chybových charakteristik pro přístroj B je uveden na obrázku.



Parametry transformovaných chybových charakteristik:

$$\text{CEP} = 0.0064$$

$$\text{R95} = 0.0137$$

Elipsa pro 39%:

$$\begin{aligned}a &= 0.0066 \\b &= 0.0026 \\ \alpha &= 75,6844^\circ\end{aligned}$$

Elipsa pro 50%:

$$\begin{aligned}a &= 0.0079 \\b &= 0.0031 \\ \alpha &= 75,6844^\circ\end{aligned}$$

Elipsa pro 95%:

$$\begin{aligned}a &= 0.0164 \\b &= 0.0065 \\ \alpha &= 75,6844^\circ\end{aligned}$$

### 6.4.3 Měření trajektorie

Pro další ověření korekce bylo provedeno měření při pohybujícím se robotu. Jako referenční přijímač a tedy i referenční bod byl zvolen přístroj A- Trimble BX982, kvůli jeho větší přesnosti měření. Změřená lokalizační data změřená přijímačem B, byly přepočítány do referenčního bodu. Rozmístění snímačů zůstalo dle zapojení č.2. Maximální odchylka mezi oběma změřenými údaji po přepočtu odpovídala 1,93 cm.

## 7 ZÁVĚR

V této práci byly popsány vztahy pro výpočet korekce lokalizačních dat z hlediska umístění snímačů. Dále jsou popsány rovnice pro přepočet mezi systémy souřadnic ETRS-89, WGS-84 a lokálními souřadnicemi. Tyto přepočty jsou potřebné k dalšímu zpracování lokalizačních dat. Následně jsou uvedeny některé chybové charakteristiky používané v lokalizaci.

Všechny tyto výše uvedené body byly implementovány do knihovny v jazyce C#. Byly vytvořeny jednotlivé třídy pro senzory, jak je popsáno v kapitole 5. Třídy je výhodné rozdělit dle typu snímačů pro orientační a polohové. Implementace je navržena tak, aby pomocí knihovny bylo možné korigovat jakýkoliv snímač polohy pracující v uvedených systémech souřadnic.

V poslední části je navržena implementace otestována na reálných datech z robota. V kapitole 6 jsou popsány výsledná změřená data. V grafech je možné sledovat odchylku od referenční hodnoty zaměřeného geodetického bodu. Tyto odchylky jsou po korekci minimální a nedá se u nich určit, zda jsou tvořeny chybou v přepočtu, či nepřesností senzorů. Korekce dle umístění snímačů je tedy navržena správně a může být na robota dále použita. Z grafů lze také usuzovat, že výpočet chybových charakteristik je správný. Z parametrů těchto chybových charakteristik lze vyčíst přesnost snímače, neboli interval, ve kterém leží dané procento změřených hodnot. Implementace chybových charakteristik je tedy také ověřena a připravena k dalšímu použití.

V šesté kapitole jsou uvedeny výsledné charakteristiky po transformaci chybových charakteristik. Vliv transformace je patrné zejména u parametrů elipsy chyb. Nepřesnost se zvětšuje zanedbatelně vzhledem k přesnosti senzorů, avšak jasně vidět je pootočení těchto charakteristik, které je dáno nepřesností měření orientace. Výsledné hodnoty však nebyly doposud porovnány s teorií, neboť výpočet je velmi obtížný a výsledek není tak zcela možné si bez složitého výpočtu ověřit. Vztahy jsou však založeny na teoretických poznatkách o přenosu chyby u nepřímého měření veličiny.

# Literatura

- [1.] HOFMANN-WELLENHOF, B., LEGAT, K. a WIESER, M. *Navigation: principles of positioning and guidance*. Wien: Springer, 2003, 427 s. ISBN 32-110-0828-4
- [2.] MEFI S.R.O. *Návod k programování: 14. Transformace souřadného systému* [online]. s. 120-128 [cit. 2013-12-06]. Dostupné z: [http://www.mefi.cz/files/dokumentace/cnc8x9/navodkprogramovani/programmi\\_ngcz.pdf](http://www.mefi.cz/files/dokumentace/cnc8x9/navodkprogramovani/programmi_ngcz.pdf)
- [3.] ŠOLC, František a Luděk ŽALUD. *Robotika* [pdf]. Brno, 2006 [cit. 2013-12-06]. Dostupné z: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/priloha.php?dpid=24441](https://www.vutbr.cz/www_base/priloha.php?dpid=24441)
- [4.] NATIONAL IMAGERY AND MAPPING AGENCY. *Department of defense World Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems* [online]. Third edition. 2000 [cit. 2013-11-20]. Dostupné z: <http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/wgs84fin.pdf>
- [5.] BOUCHER, Claude a Zuheir ALTAMIMI. EUREF. *Memo: Specifications for reference frame fixing in the analysis of a EUREF GPS campaign* [online]. 8. vyd. 18.5.2011 [cit. 2013-11-20]. Dostupné z: <http://etrs89.ensg.ign.fr/memo-V8.pdf>
- [6.] Geodetic datum. In: *Wikipedia: The Free Encyclopedia* [online]. 18.9.2004, 26.12.2013 [cit. 2013-12-21]. Dostupné z: [http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Geodetic\\_datum&oldid=587717088](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Geodetic_datum&oldid=587717088)
- [7.] BARNET, Jiří. *Přesná transformace souřadnic ze systému WGS-84 do systému S-JTSK* [online]. 2009 [cit. 2013-12-06]. Dostupné z: <http://transformace.webst.fd.cvut.cz/>
- [8.] Accuracy. In: *Navipedia* [online]. 23.2.2012 [cit. 2013-12-21]. Dostupné z: <http://www.navipedia.net/index.php?title=Accuracy&oldid=11546>
- [9.] GPS Accuracy. In: *IGAGE MAPPING CORPORATION*. IGage [online]. [cit. 2013-12-21]. Dostupné z: <http://www.igage.com/mp/GPSAccuracy.htm>
- [10.] OTYEPKA, Michal, Pavel BANÁŠ a Eva OTYEPKOVÁ. *Základy zpracování dat* [online]. UP Olomouc, 11.11.2012, s. 5-8 [cit. 2013-12-27]. Dostupné z: <http://fch.upol.cz/skripta/zzd/chemo/main.pdf>
- [11.] CHIN, Gerald Y. *Two-dimensional measures of accuracy in navigational systems* [pdf]. Cambridge (Massachusetts), 4-1987 [cit. 2013-12-27]. Dostupné z: <http://ntl.bts.gov/lib/46000/46100/46181/DOT-TSC-RSPA-87-01.pdf>



- [12.] BURIAN, František, Luděk ŽALUD a Tomáš FLORIÁN. ZJIŠTĚNÍ PARAMETRŮ ELIPSY Z KOVARIANČNÍ MATICE IDENTIFIKOVANÉHO SYSTÉMU. In: *Workshop Perspektivní projekty vývoje řídicích a senzorických technologií září 2012*. Hotel Tatra, Velké Karlovice: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012, s. 27-32. ISBN 978-80-214-4547-5. Dostupné z: [http://www.crr.vutbr.cz/system/files/sbornik\\_11\\_1209.pdf](http://www.crr.vutbr.cz/system/files/sbornik_11_1209.pdf)

# Seznam příloh

Příloha A: CD

- |    |   |
|----|---|
| A1 | knihovna implementovaných tříd                        |
| A2 | program v C pro algoritmus přepočtu dat z experimentu |
| A3 | program v matlabu k vyhodnocení výsledků              |